

TEMA 2 - SUCESIONES**• Calcular términos de una sucesión**

EJERCICIO 1 : Calcular a_2 , a_5 , a_{40} , a_{n+1} , a_{2n} en las siguientes sucesiones definidas por :

$$\begin{array}{lll} \text{a) } a_n = 1 - 2n & \text{b) } b_n = \frac{3n+1}{4n} & \text{c) } c_n = 1 - \frac{2n}{3} \\ \text{d) } d_n = (-1)^{n+1} \cdot \frac{n-2}{n+1} & \text{e) } e_n = \sqrt{1+4n} & \end{array}$$

EJERCICIO 2 : La sucesión definida por $a_n = n^2 - 16$. ¿ Tiene algún término que valga 33?, ¿ 0 ?, ¿ -12 ?, ¿ 8 ?, ¿ -16 ?

EJERCICIO 3 : Escribir los cuatro primeros términos de la sucesión:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } a_n = \frac{2n+3}{3 \cdot 2^n} & \text{b) } b_n = (-1)^n \cdot (n+1)^2 & \text{c) } c_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \end{array}$$

EJERCICIO 4 : Escribe el término octavo de las siguientes sucesiones recurrentes:

$$\text{a) } a_1 = 1, a_2 = 1, a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \quad \text{b) } a_n = 2 \cdot a_{n-1} - 3 \cdot a_{n-2} + 1, a_1 = 0, a_2 = 1$$

• Calcular el término general de una sucesión

EJERCICIO 5 : Calcular el término general de las siguientes sucesiones :

a) 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...	ñ) 1, -3, 5, -7, 9, -11, 13, -15, ...
b) 3, 6, 9, 12, 15, ...	o) 1, 8, 27, 64, 125, ...
c) 5, 7/2, 3, 11/4, 13/5, 5/2, ...	p) 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, ...
d) 0, 3, 0, 3, 0, 3, ...	q) 2/3, -4/9, 8/27, -16/81, 32/243, ...
e) 0, 2, 6, 12, 20, 30, 42, 56, ...	r) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...
f) 2, 1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, ...	s) 5, -5, 5, -5, 5, ...
g) 12, 7, 2, -3, ...	t) 2, 9, 28, 65, 126, 217, ...
h) 2, -4, 6, -8, 10, ...	u) -3, 3, -3, 3, -3, 3, ...
i) 2, 7, 2, 7, 2, 7, ...	v) 1/2, 2/3, 3/4, 4/5, ...
j) 1/3, 5/4, 7/9, 9/16, ...	w) 2, 3 ⁵ , 5, 6 ⁵ , 8, ...
k) 2, 5, 20, 17, 26, ...	x) 1/2, -5/4, 9/8, -13/16, 17/32, ...
l) 20, 10, 5, 2 ⁵ , 1 ²⁵ , ...	y) -2/5, 5/7, -8/9, 1, -14/13, ...
m) 1/2, 4/3, 9/4, 16/5, 25/6, ...	z) 1/4, 1, 9/12, 1, 25/28, 1, ...
n) -9/8, 16/15, -25/24, 36/35, -49/48, 64/63, ...	

• Representar gráficamente los términos de una sucesión y hallar su límite

EJERCICIO 6 : Representa gráficamente los siete primeros términos de estas sucesiones y calcula su límite, si existe:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } a_n = n^3 - 9n^2 + 18n & \text{b) } a_n = \frac{n^2 - 5}{2} & \text{c) } a_n = -3n + 10 \\ \text{d) } a_1 = -1, a_{n+1} = -2 \cdot a_n + 3 & \text{e) } a_n = (-1)^n + 2 & \text{f) } a_{n+1} = (-1)^n \cdot a_n, a_3 = 5 \\ \text{g) } a_n = n \cdot (n-6) & \text{h) } 1/2, 2/3, 3/4, 4/5, \dots & \text{i) } b_n = \frac{2^n + 1}{2^{n-1}} \end{array}$$

• **Calcular límites de sucesiones**

EJERCICIO 7 : Calcular los siguientes límites

a) Cociente de polinomios

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2 + 2)(n^2 - 2)}{(n + 2)^2(2n - 1)^2}$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n + 1}{n + 5}$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^3 + 2n - 1}{n^2 + n + 2}$$

b) Cociente de polinomios con raíces

$$4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n - 1}{\sqrt{n^2 - n + 4}}$$

$$5) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^5 + 2n^3 - 1}{\sqrt{n^6 - n^4 + 4}}$$

$$6) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 5n}{\sqrt{4n^4 - 2n + 3}}$$

$$7) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{n^4 - 2n - 3}{2n^5 - 1}}$$

$$8) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^4 + 3}{\sqrt{3n^4 - 2n}}$$

$$9) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - n + 2}{\sqrt{7n^6 + 3n^3}}$$

$$10) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^3 + 3n}{\sqrt{9n^4 + 4}}$$

$$11) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^3 - n + 2}{\sqrt{7n^6 + 3n^3}}$$

$$12) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{8n^8 - 4n^2}}{2n^3 - 4n^4}$$

c) Resta de polinomios

$$13) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n - 5}{3n^2 - 2} - \frac{5n - 3}{4n^2 + 1} \right)$$

$$14) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2}{2n - 1} - \frac{n^2 + 1}{2n + 1} \right)$$

$$15) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 1}{3n + 1} - \frac{n^2}{3n - 1} \right)$$

$$16) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 + 2n^2}{3n^2 - n} - \frac{2n^3 - 1}{3n^2 - 3} \right)$$

$$17) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2n^2 - 1 - \frac{2n^4 + 5n^3 - n^2}{n^2 + 2} \right)$$

$$18) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(3n + 2 - \frac{7 + 3n^2}{n + 1} \right)$$

d) Resta de polinomios con raíces

$$19) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2n^2 + 3n - 2} - \sqrt{2n^2 + 2}$$

$$20) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n + a} - \sqrt{n} \text{ siendo } a \text{ una constante}$$

$$21) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 4n + 1} - \sqrt{n^2 + 8n + 1} \right)$$

$$22) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 + n} \right)$$

$$23) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \sqrt{n^2 + 10n} \right)$$

$$24) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{3 + 4n^2} - \sqrt{n + 4n^2} \right)$$

$$25) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4n^2 - 1} - \sqrt{4n^2 + 2n} \right)$$

$$26) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{2n^2 - 1} - \sqrt{2n^2 + 2n} \right)$$

$$27) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 - 3n + 2} - n \right)$$

$$28) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{2n^4 - 1} - 2n^2 \right)$$

$$29) \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt{n^2 - 10n + 8} - (n - 3) \right]$$

e) Número e

$$30) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n - 2}{4n - 3} \right)^{4n+3}$$

$$31) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 5}{n^2} \right)^{2n^2}$$

$$32) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 + 1}{3n^2 - 1} \right)^{\frac{n^2}{n+1}}$$

$$33) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n - 1}{n - 2} \right)^{n^2-3}$$

$$34) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n - 3}{4n} \right)^{\frac{2n^2-1}{2n}}$$

$$35) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n + 7}{2n - 3} \right)^{\frac{n^4}{n^3+1}}$$

$$36) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 + 5}{3n^2 - n} \right)^{n^2-2}$$

$$37) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n - 2}{3n + 2} \right)^{3n}$$

$$38) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n} \right)^n$$

f) Parecidos al número e pero inmediatos

39) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 2}{n^2 + n + 1} \right)^{-n^2 - n + 1}$

40) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{9n^2 - n + 1}{3n^2 + 2n - 3} \right)^{-n^3 + 2n^2 - n}$

41) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 - n + 2}{4n^2 + 2n - 3} \right)^{n^3 + 2n^2 - n}$

42) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^4 - 7n}{5n^4 - 11} \right)^{n - 2n^3 + 1}$

43) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(5 + 2n^3 - 3n \right)^{\frac{4n^2 - 4n^3}{1 + 2n^3}}$

44) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^2 - 2n}{3n^2 + 6} \right)^{\frac{-2n^2 + 3}{3n - 1}}$

g) Mezcla

a) $\lim \left[(-1)^n \cdot \frac{1}{n+1} \right]$

b) $\lim [(-1)^n \cdot (n+1)]$

c) $\lim \left[(-1)^n \cdot \frac{n}{n+1} \right]$

d) $\lim \left[\sqrt[3]{n^2} + \frac{1}{2n+3} \right]$

e) $\lim \frac{n^2}{1 + \frac{1}{n}}$

f) $\lim \left[\frac{1}{2n} + \frac{1}{3n^2} + 1 \right]$

g) $\lim \left(\frac{1}{n} \right)^{-n^2}$

h) $\lim (n^2 - 7n^3 + 19n - 1)$

i) $\lim (n^{10} - n^8 - n^6)$

j) $\lim \frac{3n-1}{\frac{1}{2n} + 1}$

k) $\lim \frac{5n^3 - n^2 - n}{2n^3 + 4n - 1}$

l) $\lim \frac{-3n^3 - n^2 - n - 1}{-n^2 - n - 1}$

m) $\lim \frac{n^2 + 7n + 5}{n^5}$

n) $\lim \frac{3n^3 - n^2 - n - 1}{-n^2 - n - 1}$

ñ) $\lim \left(\frac{4n^3 + 2n}{5n^3 - 2} \right)^{\frac{2n+1}{n^2}}$

o) $\lim \left(\frac{8n^3 - 1}{2n^3 + n + 1} \right)^{\frac{n}{2n-1}}$

p) $\lim \left(\frac{n+3}{2n^3 - 1} \right)^{2n}$

q) $\lim \left(\frac{2n^2 + 2}{n^2 + n + 1} \right)^{-n^2 - n - 1}$

r) $\lim \left(\frac{1}{2n^2 - 1} \right)^{\frac{-n^2}{n+1}}$

s) $\lim \frac{5n}{\sqrt{2n^4 - 1}}$

t) $\lim \frac{5n^3}{\sqrt{7n^2 - 3n + 1}}$

u) $\lim \left[\sqrt{n^2 - 1} - \sqrt{n^2 + 1} \right]$

v) $\lim \left[n - \sqrt{n^2 + 10n} \right]$

w) $\lim \left[\sqrt{4n^2 + 3n + 1} - 2n - 1 \right]$

x) $\lim \frac{\sqrt{25n^2 + 1} - \sqrt{9n^2 + 1}}{\sqrt{4n^2 + 1} - 1}$

y) $\lim \left[\sqrt{n} \cdot (\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}) \right]$

z) $\lim \left(2 + \frac{1}{n} \right)^n$

1) $\lim \left(1 - \frac{1}{n} \right)^{-n}$

2) $\lim \left(1 + \frac{2}{5n} \right)^{2n}$

3) $\lim \left(1 + \frac{1}{n+5} \right)^{n+1}$

4) $\lim \left(\frac{3n-1}{2n+4} - \frac{n+1}{n-1} \right)^n$

5) $\lim \left(\frac{3n^2 + 1}{3n^2 - 1} \right)^{\frac{n^2}{n+1}}$

6) $\lim \frac{\sqrt{n+1}}{n+2}$

7) $\lim \left(\frac{n^2}{2n-1} - \frac{n^2+1}{2n+1} \right)$

8) $\lim \left(\frac{2n^2 - n + 1}{2n^2 - 3n + 2} \right)^{-n+1}$

9) $\lim \left(\frac{n}{n+5} \right)^{n^2}$

10) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2n^2 + 3n - 2} - \sqrt{2n^2 + 2}$

11) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n^2 + 2)(n^2 - 2)}{(n+2)^2(2n-1)^2}$

12) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n-5}{3n^2-2} - \frac{5n-3}{4n^2+1} \right)$

13) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n-2}{4n-3} \right)^{4n+3}$

14) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 4n + 1} - \sqrt{n^2 + 8n + 1} \right)$

15) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 5}{n^2} \right)^{2n^2}$

$$16) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 + 1}{3n^2 - 1} \right)^{\frac{n^2}{n+1}}$$

$$17) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - n + 1}{n + 5}$$

$$18) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 + n} \right)$$

$$19) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2}{2n-1} - \frac{n^2+1}{2n+1} \right)$$

$$20) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 2}{n^2 + n + 1} \right)^{-n^2 - n + 1}$$

$$21) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \sqrt{n^2 + 10n} \right)$$

$$22) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 - 2}{2n^2 + 1} \right)^{\frac{n^2}{n-1}}$$

$$23) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{3+4n^2} - \sqrt{n+4n^2} \right)$$

$$24) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n-2} \right)^{n^2-3}$$

$$25) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{9n^2 - n + 1}{3n^2 + 2n - 3} \right)^{-n^3 + 2n^2 - n}$$

$$26) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4n^2 - 1} - \sqrt{4n^2 + 2n} \right)$$

$$27) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 1}{3n + 1} - \frac{n^2}{3n - 1} \right)$$

$$28) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n - 1}{\sqrt{n^2 - n + 4}}$$

$$29) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^2 - 1}{5n^2 + 1} \right)^{\frac{n^2+1}{n-1}}$$

$$30) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 - n + 2}{4n^2 + 2n - 3} \right)^{n^3 + 2n^2 - n}$$

$$31) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{2n^2 - 1} - \sqrt{2n^2 + 2n} \right)$$

$$32) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 1}{3n^2 + 1} \right)^{\frac{n^3+1}{n^2-1}}$$

$$33) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^5 + 2n^3 - 1}{\sqrt{n^6 - n^4 + 4}}$$

$$34) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 - 3n + 2} - n \right)$$

$$35) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 - 2}{3n^2 + 1} \right)^{\frac{2n^2}{n-1}}$$

$$36) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4n^2 - 2n + 1} - 2n \right)$$

$$37) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n-3}{4n} \right)^{\frac{2n^2-1}{2n}}$$

$$38) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 - 3n + 6}{4n^2 + 5} \right)^{5n^2 - 7n - 1}$$

$$39) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{25n^2 - 2n} - \sqrt{16n^2 - 3} \right)$$

$$40) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 5n}{\sqrt{4n^4 - 2n + 3}}$$

$$41) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+7}{2n-3} \right)^{\frac{n^4}{n^3+1}}$$

$$42) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 - 2n^2 - 1}{3n^3 + 4} \right)^{n^2 - 2n + 1}$$

$$43) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3 + 2n^2}{3n^2 - n} - \frac{2n^3 - 1}{3n^2 - 3} \right)$$

$$44) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{n^4 - 2n - 3}{2n^5 - 1}}$$

$$45) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^3 + 2n - 1}{n^2 + n + 2}$$

$$46) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^3 - 2n + 1}{3n^3 + n - 5} \right)^{-n^2 + 2n - 3}$$

$$47) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{2n^2 + n + 1} - \sqrt{2n^2 - 3n + 3} \right)$$

$$48) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^4 + 3}{\sqrt{3n^4 - 2n}}$$

$$49) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^3 - n - 1}{3n^3 - 2n} \right)^{\frac{2n^2-1}{n+2}}$$

$$50) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2n^2 - 1 - \frac{2n^4 + 5n^3 - n^2}{n^2 + 2} \right)$$

$$51) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{2n^4 - 1} - 2n^2 \right)$$

$$52) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 + 5}{3n^2 - n} \right)^{n^2-2}$$

$$53) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - n + 2}{\sqrt{7n^6 + 3n^3}}$$

$$54) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^4 - 7n}{5n^4 - 11} \right)^{n-2n^3+1}$$

$$55) \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt{n^2 - 10n + 8} - (n - 3) \right]$$

$$56) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{2n-3} \right)^{2n}$$

$$57) \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt{4n^2 - 5n + 2} - (2n - 1) \right]$$

$$58) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n-2}{3n+2} \right)^{3n}$$

$$59) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{3n^4 - 2n^2} - \sqrt{3n^4 - 4n^2 + 1} \right)$$

$$60) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^2 - 2n}{3n^2 + 6} \right)^{\frac{-2n^2+3}{3n-1}}$$

$$61) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^3 + 3n}{\sqrt{9n^4 + 4}}$$

$$62) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^2 + n + 1}{5n^2 + n} \right)^{\frac{7n^2}{n+1}}$$

$$63) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(3n + 2 - \frac{7 + 3n^2}{n + 1} \right)$$

$$64) \lim_{n \rightarrow \infty} (5 + 2n^3 - 3n)^{\frac{4n^2 - 4n^3}{1 + 2n^3}} \quad 65) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2n^4 - 1} - \sqrt{1 + 4n^4}) \quad 66) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 + 5}{3n^2 - n} \right)^{n^2 - 2}$$

$$67) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^3 - n + 2}{\sqrt{7n^6 + 3n^3}} \quad 68) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{8n^8 - 4n^2}}{2n^3 - 4n^4} \quad 69) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^4 - 2n^2 + 3}{n^4 - 2n + 1} \right)^{n^2 - 2n^3 + 1}$$

- **Problemas de sucesiones**

EJERCICIO 8 : Hallar el primer término de una progresión aritmética y la diferencia sabiendo que $a_3 = 20$ y $a_{15} = 140$

EJERCICIO 9 : Sabiendo que el primer término de una progresión aritmética es 5, que la diferencia es 8 y el término n -ésimo es 93, hallar el lugar que ocupa dicho término en la sucesión.

EJERCICIO 10 : El producto de tres términos consecutivos de una progresión aritmética es 1.155 y la suma del primero y el último es 22. ¿Cuáles son dichos números?

EJERCICIO 11 : La suma de los nueve primeros términos de una progresión aritmética es 450 y la diferencia de los extremos es 40. Halla dichos términos.

EJERCICIO 12 : Calcular las dimensiones de un ortoedro sabiendo que están en progresión aritmética, que suman 24 m y que el volumen del ortoedro es 384 m^3 .

EJERCICIO 13 : Sabiendo que el sexto término de una progresión geométrica es 2 y que la razón es $1/3$, halla el primer término.

EJERCICIO 14 : Descompón el número 65 en tres sumandos que formen progresión geométrica y tal que el producto del primero por el tercero sea 225.

EJERCICIO 15 : El primer término de una progresión geométrica es 7 y el tercero es 63. Calcular el producto de los diez primeros términos.

EJERCICIO 16 : Tres números están en progresión geométrica. El segundo es 15 unidades mayor que el primero y el tercero 60 unidades mayor que el segundo. Halla dichos números.

EJERCICIO 17 : Forma una progresión aritmética de siete términos en la que -2 y 28 sean los extremos