1. a) $\dfrac{1}{2} = \dfrac{k}{-2} = \dfrac{2k+1}{-1} \Rightarrow k = -1$

b) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Rightarrow (2, -2, -1) \cdot (1, k, 2k+1) = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow 2 - 2k - 2k - 1 = 0 \Rightarrow k = \dfrac{1}{4}$

c) $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|\cos 120° = 19k^2 - 68k - 14 = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow k = \dfrac{68 \pm \sqrt{5688}}{38}$

Para $k_1 = \dfrac{68 - \sqrt{5688}}{38}$, el ángulo es de 60°.

Para $k_2 = \dfrac{68 + \sqrt{5688}}{38} \approx 3{,}77$, se obtiene 120°.

2. $\overrightarrow{AB} = (2, -2, 1)$, $\overrightarrow{AC} = (3, 4, 0)$, $\overrightarrow{BC} = (1, 6, -1)$

$$\cos \hat{A} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|} = \frac{6-8}{3 \cdot 5} = -\frac{2}{15} \Rightarrow \hat{A} \approx 97°\ 40'$$

$$\cos \hat{B} = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BC}|} = \frac{11}{3\sqrt{38}} \Rightarrow \hat{B} \approx 53°\ 30'$$

$\hat{C} \approx 28°\ 50'$

3. Los vectores directores son $\vec{u} = (-2, -1, 2)$ y $\vec{v} = (1, 0, 1)$;

$$\cos\alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}||\vec{v}|} = \frac{0}{3\sqrt{2}} = 0 \Rightarrow \alpha = 90°$$

4. Los vectores normales de los planos XY, XZ e YZ son, respectivamente, $\vec{k} = (0, 0, 1)$ y $\vec{j} = (0, 1, 0)$ y $\vec{i} = (1, 0, 0)$, el del plano π, $\vec{w} = (3, -2, 6)$.

$$\cos\alpha = \frac{|\vec{w} \cdot \vec{k}|}{|\vec{w}||\vec{k}|} = \frac{|6|}{7 \cdot 1} = \frac{6}{7} \Rightarrow \alpha \approx 31°\ 0'\ 10''$$

$$\cos\beta = \frac{|\vec{w} \cdot \vec{j}|}{|\vec{w}||\vec{j}|} = \frac{|-2|}{7 \cdot 1} = \frac{2}{7} \Rightarrow \beta \approx 73°\ 23'\ 54''$$

$$\cos\gamma = \frac{|\vec{w} \cdot \vec{i}|}{|\vec{w}||\vec{i}|} = \frac{|3|}{7 \cdot 1} = \frac{3}{7} \Rightarrow \gamma \approx 64°\ 37'\ 23''$$

5. a) Los vectores normales de los planos son $\vec{w} = (1, 1, 1)$ y $\vec{v} = (0, 3, -4)$. El vector director de la recta es $\vec{u} = (-2, 5, 14)$. Los ángulos son:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{|\vec{w} \cdot \vec{u}|}{|\vec{w}||\vec{u}|} = \frac{|17|}{15\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha \approx 40°\ 52' \neq 0°$$

$$\text{sen}\,\beta = \frac{|\vec{v} \cdot \vec{u}|}{|\vec{v}||\vec{u}|} = \frac{41}{75} \Rightarrow \beta \approx 33°\ 8' \neq 0°$$

No es paralela a los planos, luego los corta.

b) $\cos\phi = \dfrac{|\vec{w} \cdot \vec{v}|}{|\vec{w}||\vec{v}|} = \dfrac{|1|}{5\sqrt{3}} \Rightarrow \phi \approx 83°\ 22'\ 9''$

c) Vector director de s: $\vec{w} \times \vec{v} = \vec{s} = (-7, 4, 3)$.

$$\cos\delta = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{s}|}{|\vec{u}||\vec{s}|} = \frac{76}{15\sqrt{74}} \Rightarrow \delta \approx 53°\ 54'\ 53''$$

6. Punto de r: $A(2, \lambda, 1 - \lambda)$, $\overrightarrow{AP} = (-1, -\lambda, 6 + \lambda)$.
Vector director de r: $\vec{u} = (0, 1, -1)$ y como $\vec{u} \cdot \overrightarrow{AP} = 0 \Rightarrow -2\lambda - 6 = 0 \Rightarrow \lambda = -3 \Rightarrow P_1(2, -3, 4)$.
Se toma la recta $s(P, \vec{w}) \perp \pi$ y su intersección da la proyección: $\{x = 1 + 2\mu,\ y = \mu,\ z = 7 + \mu\} \cap \pi$.
Al resolver se obtiene $\mu = -1 \Rightarrow P_2(-1, -1, 6)$.

7. Proyección de A:

$$\begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = 1 + 2\lambda \\ z = -4 - 2\lambda \\ x + 2y - 2z + 4 \end{cases} \Rightarrow \lambda = -\frac{19}{9} \Rightarrow A'\left(\frac{10}{9}, -\frac{25}{9}, -\frac{2}{9}\right)$$

B' es B, ya que $B \in \pi$; $|\overrightarrow{A'B'}| = \dfrac{\sqrt{53}}{3}$ u

8. a) $\vec{u} = (1, 3, 0)$, $\vec{w} = (3, -1, 2)$. Como $\vec{u} \cdot \vec{w} = 0$, la recta es paralela al plano.

b) $d(r, \pi) = d(A, \pi) = \dfrac{|3+2+6-4|}{\sqrt{9+1+4}} = \dfrac{7\sqrt{14}}{14} = \dfrac{1}{2}\sqrt{14}$ u

c) Se halla $\sigma \perp \pi$ con $r \subset \sigma$:
σ: $3x - y - 5z + 10 = 0$

$$r' = \pi \cap \sigma: \begin{cases} 3x - y + 2z = 4 \\ 3x - y - 5z = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \lambda \\ y = 3\lambda \\ z = 2 \end{cases}$$

9. a) Punto genérico de r: $P'(1 + 2\lambda, \lambda, -2 - 3\lambda)$, luego
$\overrightarrow{PP'} \perp \vec{u} \Rightarrow \overrightarrow{PP'} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow \lambda = -\dfrac{3}{14} \Rightarrow$
$\Rightarrow P'\left(\dfrac{8}{14}, -\dfrac{3}{14}, -\dfrac{19}{14}\right)$

b) $d(P, r) = |\overrightarrow{PP'}| = \dfrac{1}{14}\sqrt{70}$ u

c) Se toma $\vec{v} = -14\overrightarrow{PP'} = (6, 3, 5)$ y se obtiene $s(P, \vec{v}) = (1 + 6\mu, 3\mu, -1 + 5\mu)$.

10. $d(r, s) = \dfrac{\left|[\vec{u}, \vec{v}, \overrightarrow{AB}]\right|}{|\vec{u} \times \vec{v}|} = \dfrac{|-4|}{\sqrt{1^2 + (-4)^2 + (-1)^2}} = \dfrac{2}{3}\sqrt{2}$ u

11. $\vec{u} = (-1, 1, -1)$, $A(5, 0, 6)$, $\vec{w} = (1, 2, 1)$. Como $\vec{u} \cdot \vec{w} = 0$, son paralelos. $d(r, \pi) = d(a, \pi) = \dfrac{|5 + 6 + 5|}{\sqrt{1 + 4 + 1}} = \dfrac{16}{\sqrt{6}}$ u

12. $C(\lambda, \lambda, \lambda)$, $\overrightarrow{AB} = (2, 4, -2)$, $\overrightarrow{AC} = (\lambda - 1, \lambda - 3, \lambda + 1)$,
$S = \dfrac{1}{2}|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| \Rightarrow \sqrt{\dfrac{12}{7}} = \dfrac{1}{2}\sqrt{56\lambda^2 - 16\lambda + 8} \Rightarrow$
$\Rightarrow \lambda = \dfrac{1}{7} \Rightarrow C\left(\dfrac{1}{7}, \dfrac{1}{7}, \dfrac{1}{7}\right)$

13. a) $\pi(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$: $\begin{vmatrix} 0 & 0 & x-1 \\ 0 & -2 & y-1 \\ -2 & 0 & z-1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x - 1 = 0$

Como $D \notin \pi$, no son coplanarios.

b) $V = \dfrac{1}{6}|\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}| \Rightarrow \dfrac{1}{6}\left\|\begin{matrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{matrix}\right\| = \dfrac{8}{6} = \dfrac{4}{3}$ u^3

c) $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = \dfrac{1}{2}|(-4, 0, 0)| = 2$ u^2
Igualmente, $S_{ABD} = S_{ACD} = 2$, $S_{BCD} = 2\sqrt{3}$ u^2.