8 Límites de sucesiones y de funciones

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN
A. Saber estudiar la monotonía de una sucesión y determinar sus cotas si las tuviera.	**1.** Demuestra que la sucesión $a_n = \dfrac{2n+87}{n+1}$ es mónotona y está acotada. Determina la menor de las cotas superiores y la mayor de las inferiores. **2.** Estudia la monotonía y las cotas de la sucesión $a_n = \dfrac{n^2}{2n-1}$. ¿A partir de qué término los siguientes son mayores que $k = 2\,000\,000$?
B. Conocer y aplicar correctamente los métodos para resolver las indeterminaciones que surgen en las sucesiones.	**3.** Calcula los límites de las sucesiones racionales: a) $a_n = \dfrac{(2n-5)\cdot(7-3n)}{3-2n+n^2}$ b) $b_n = (-1)^n \cdot \dfrac{7-3n}{3-2n}$ c) $c_n = (-1)^n \cdot \dfrac{1+2n}{5+n^2}$ **4.** Calcula los siguientes límites de sucesiones: a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n-\sqrt{n^2+4n}\right)$ b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3+n}{2n-1}\right)^{5n+1}$ c) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{3+2n}{2n-1}\right)^{5n+1}$
C. Clasificar correctamente las sucesiones convergentes, divergentes y oscilantes.	**5.** Demuestra que la sucesión $a_n = \dfrac{2n+7}{n+1}$ converge y que su límite es 2. ¿A partir de qué término de la sucesión se verifica que $\lvert a_n - 2\rvert < 0{,}000001$? **6.** Determina si la sucesión $a_n = \dfrac{n^2+n}{2n-1} - \dfrac{n^2+5}{2n+1}$ es convergente o divergente y calcula, en su caso, su límite.
D. Obtener los límites laterales de una función en un punto y determinar la existencia o no existencia del límite.	**7.** Calcula los límites laterales en $x = 1$ de las siguientes funciones y decide si existe o no su límite en ese punto. a) $f(x) = \begin{cases} 3x-8 & \text{si } x<1 \\ x^2+ax & \text{si } x>1 \end{cases}$ b) $g(x) = 2 + \dfrac{x^2-1}{\lvert x-1\rvert}$ c) $h(x) = e^{\frac{3}{1-x}}$ **8.** ¿Para qué valores del parámetro k existe el límite en $x = 2$ de la función $f(x) = \begin{cases} 3k^2x-5k^2 & \text{si } x<2 \\ x^2-2kx+1 & \text{si } x>2 \end{cases}$? Calcula su límite en esos casos.
E. Demostrar en casos sencillos, mediante la definición métrica de límite, que el límite hallado por métodos algebraicos verifica la definición.	**9.** Aplica la definición métrica de límite para demostrar que: a) $\lim\limits_{x\to 3}(2x+5) = 11$ b) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-8}{x-2} = 8$ c) $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{3}{1-x} = +\infty$ En el apartado b) determina el radio δ del entorno $E(2, \delta)$ que verifica la definición de límite para un $\varepsilon = 0{,}02$.
F. Resolver indeterminaciones del tipo $\dfrac{0}{0}, \dfrac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 0\cdot\infty, 1^\infty$ utilizando métodos algebraicos.	**10.** Calcula los siguientes límites: a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-x^3-4x}{x^2-x-2}$ c) $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{x+2}{2x}\right)^{\frac{4}{x-2}}$ b) $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{5+\sqrt{2x+3}}{\sqrt{x+1}}$ d) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x^2-9}$
H. Resolver indeterminaciones por infinitésimos equivalentes.	**11.** Calcula los siguientes límites utilizando infinitésimos equivalentes adecuados. a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{sen} 3x}{2x}$ b) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\operatorname{sen}(x-2)}{x^3-8}$ c) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{sen} 5x}{\operatorname{tg} 2x}$ d) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x^2}{e^x-1}$