Soluciones

1. $\vec{a} = 2\vec{i} - 6\vec{j} = (2, -6)$, $|\vec{a}| = +\sqrt{2^2 + (-6)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

$\vec{b} = (-3, -4)$, $|\vec{b}| = \sqrt{25} = 5$, $\vec{c} = (9, 2)$, $|\vec{c}| = \sqrt{85}$, $\vec{d} = (3, 3)$, $|\vec{d}| = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

2. a) $2\vec{u} - 3\vec{v} + \vec{w} = 2(3, -1) - 3(-4, 2) + (0, -4) = (6, -2) + (12, -6) + (0, -4) = (18, -12)$

b) $\left(3\vec{w}\right) \cdot \left(\vec{v} - 2\vec{u}\right) = (0, -12) \cdot (-10, 4) = -48$

c) $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \vec{w} - \vec{w} \cdot \vec{u} = (-14) + (-8) + 4 = -18$

3. $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a} = (-1, -1) - (2, -3) = (-3, 2)$. La ecuación de la recta en forma paramétrica es $\begin{cases} x = 2 - 3\lambda \\ y = -3 + 2\lambda \end{cases}$.

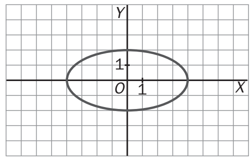
En forma general: $\dfrac{x - 2}{-3} = \dfrac{y + 3}{2} \Leftrightarrow 2x + 3y + 5 = 0$

La ecuación explícita es $y = -\dfrac{2}{3}x - \dfrac{5}{3}$. Por tanto, la pendiente es $m = -\dfrac{2}{3}$ y la ordenada en el origen es $n = -\dfrac{5}{3}$.

4. Se despejan sen$t$ y cos$t$: $\cos t = \dfrac{x}{4}$, $\operatorname{sen} t = \dfrac{y}{2}$. Como $\operatorname{sen}^2 t + \cos^2 t = 1$, se obtiene:

$\left(\dfrac{x}{4}\right)^2 + \left(\dfrac{y}{2}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{4} = 1$. Se trata de una elipse de ejes $2a = 8$, $2b = 4$,

y como $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12}$, los focos son $F(\sqrt{12}, 0)$, $F'(-\sqrt{12}, 0)$.



5. a) $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x + 7y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow V(5, -1)$

b) $\vec{u} = (-3, 1)$, $\vec{v} = (-7, 2)$

c) $\cos\alpha = \left|\dfrac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|}\right| = \left|\dfrac{21 + 2}{\sqrt{10}\sqrt{53}}\right| = \dfrac{23}{\sqrt{530}}$, $\operatorname{sen}\alpha = \sqrt{1 - \cos^2\alpha} = \sqrt{1 - \dfrac{529}{530}} = \dfrac{1}{\sqrt{530}}$

6. $d(P, r) = \dfrac{|4 \cdot (-3) + 3 \cdot 5 - 6|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \dfrac{3}{5}$, $d(P, s) = \dfrac{|3 \cdot (-3) + 4 \cdot 5 - 8|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \dfrac{3}{5}$. Como la distancia a las dos rectas es la misma, se puede asegurar que P pertenece a la bisectriz.

7. $d(X, A) = d(X, B) \Rightarrow \sqrt{(x + 3)^2 + (y - 6)^2} = \sqrt{(x - 5)^2 + (y - 10)^2} \Rightarrow$

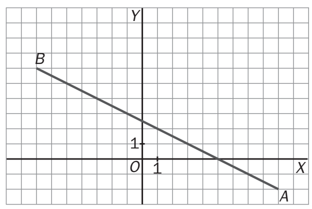
$\Rightarrow x^2 + 6x + 9 + y^2 - 12y + 36 = x^2 - 10x + 25 + y^2 - 20y + 100 \Rightarrow 16x + 8y - 80 = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 10 = 0$

8. Si la ecuación de la elipse es $f(x, y) = 0$, los puntos interiores verifican que $f(x, y) < 0$, y los exteriores, $f(x, y) > 0$.
Con el punto $A(11, -4)$ resulta $25 \cdot (11)^2 + 169 \cdot (-4)^2 - 4225 = 1504 > 0$. Es exterior.
Con el punto $B(-10, 4)$ resulta $25 \cdot (-10)^2 + 169 \cdot (2)^2 - 4225 = -1049 < 0$. Es interior.
Con el punto $C(2, 6)$ resulta $25 \cdot (2)^2 + 169 \cdot (6)^2 - 4225 = 1959 > 0$. Es exterior.

9. Las ecuaciones paramétricas corresponden a un segmento de la recta

$r\colon \begin{cases} x = 3 - 2\lambda \\ y = 1 + \lambda \end{cases}$ cuyos extremos se obtienen para $\lambda = -3 \Rightarrow A(9, -2)$ y para

$\lambda = 5 \Rightarrow B(-7, 6)$.



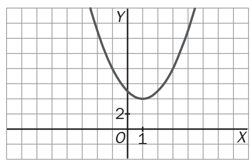
10. a) Se resuelven los sistemas tomando las ecuaciones de dos en dos: $A(2, -3)$, $B(3, 4)$, $C(-5, 1)$.

b) $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{1^2 + 7^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$, $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{(-7)^2 + 4^2} = \sqrt{65}$, $|\overrightarrow{CB}| = \sqrt{8^2 + 3^2} = \sqrt{73}$

c) $S = \dfrac{1}{2}|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC'}| = \dfrac{1}{2}|(1, 7) \cdot (4, 7)| = \dfrac{1}{2}|4 + 49| = \dfrac{53}{2}$ u^2

d) Baricentro: $G\left(\dfrac{2 + 3 - 5}{3}, \dfrac{-3 + 4 + 1}{3}\right) = \left(0, \dfrac{2}{3}\right)$

11. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 4 + t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 1 - x \\ y = 4 + (1 - x)^2 = x^2 - 2x + 5 \end{cases}$. Para $y = 29$, $t = \pm 5 \Rightarrow x_1 = -4$, $x_2 = 6$.



12. $d(X, A) = 3d(X, B) \Rightarrow \sqrt{(x - 2)^2 + (y + 5)^2} = 3\sqrt{(x - 2)^2 + (y - 3)^2} \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 8y + 11 = 0$

Es una circunferencia de centro $C(2, 4)$ y radio $r = 3$.