Prueba final B

Nombre: **Apellidos:**

Curso: **Grupo:** **Fecha:**

1. Se consideran las siguientes matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -a \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 4 & -5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

Resuelve la ecuación matricial $AX = B$ por el método de la matriz inversa en aquellos casos en los que existe A^{-1}.

2. Discute según los valores del parámetro k y resuelve el sistema $\begin{cases} 6x + 4y + 2kz = 2 \\ kx + y - z = 2 \\ 5x + 3y + 3z = 2k \end{cases}$.

3. Sin desarrollar los determinantes, demuestra la siguiente igualdad: $\begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ m+n & n+l & l+m \\ x+y & y+z & z+x \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} a & b & c \\ m & n & l \\ x & y & z \end{vmatrix}$.

4. Se consideran las rectas: r: $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - z = -1 \end{cases}$, s: $\begin{cases} 2x - z = -2 \\ 2y - mz = 6 \end{cases}$.

Halla el valor de m para el que las rectas r y s son paralelas.

Para el valor de m obtenido, determina la ecuación del plano que contiene a las dos rectas.

5. Calcula las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto $P(3, -1, 0)$ y corta perpendicularmente a la recta:

$$r: \begin{cases} x = 3 + 2\lambda \\ y = 4 + \lambda \\ z = 5 + 3\lambda \end{cases}$$

6. Cada una de las ecuaciones paramétricas siguientes corresponde a un lugar geométrico:

I) $\begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = 2 + \lambda \end{cases}$ II) $\begin{cases} x = 2 + 2\cos t \\ y = -1 + 2\,\text{sen}\, t \end{cases}$

a) Elimina el parámetro en cada una, determina sus ecuaciones cartesianas e identifica de qué lugares geométricos se trata.

b) Halla las coordenadas de los puntos comunes a ambos lugares geométricos.

7. Se considera la función real de variable real $f(x) = \dfrac{1}{1 + \text{sen}^2 x}$.

a) Calcula los extremos relativos y/o absolutos de la función en el intervalo cerrado $[-\pi, \pi]$.

b) Halla la ecuación de la tangente a la gráfica en el punto de abscisa $x = \dfrac{\pi}{4}$.

8. Dada la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x - 1}{x^2 - x} & \text{si } x \neq 0 \\ a & \text{si } x = 0 \end{cases}$

a) Determina su dominio y calcula los límites laterales cuando $x \to 1$.

b) Estudia su continuidad y halla el valor de a para el que f es continua en $x = 0$.

9. Calcula el siguiente límite: $\displaystyle\lim_{x \to 1} \frac{\ln(x^2 + x - 1)}{\int_1^x e^{2t}\, dt}$.

10. Se considera el recinto limitado por la función $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1}}{x+5}$, el eje de abscisas y la recta $x = 3$.

a) Determina el área de dicho recinto.

b) Calcula el volumen del cuerpo de revolución que genera el recinto anterior al girar alrededor del eje de abscisas.