

Prueba final A

Nombre:

Apellidos:

Curso:

Grupo:

Fecha:

1. Sabiendo que $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 42$, calcula razonadamente el valor del determinante $\begin{vmatrix} x & z & y \\ 5 & 5 & 5 \\ 10 & 6 & 9 \end{vmatrix}$.

2. Discute el sistema $\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ ax - y - z = a - 1 \\ 3x - 2az = a - 1 \end{cases}$ y resuélvelo solamente para el caso $a = 1$.

3. Se considera la ecuación matricial $AX - 2X = B$, donde A y B son las matrices siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -5 \\ -1 & 5 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

Resuélvela despejando convenientemente la matriz X y sustituyendo posteriormente los datos.

4. Dada la superficie esférica de centro $C(1, 2, 0)$ y tangente al plano $\pi: 2x + y - 2z + 20 = 0$, se pide hallar:

- La ecuación general de la superficie esférica.
- Las coordenadas del punto de tangencia.
- El área de la superficie esférica y el volumen de la esfera que delimita.

5. Los planos $\pi_1: x - y - z + 1 = 0$, $\pi_2: x - 3y - 5z + 3 = 0$ se cortan en una recta r . Determina:

- La ecuación paramétrica de dicha recta.
- El ángulo que forman dichos planos.
- La ecuación de otro plano que pasa por $P(3, -5, 3)$ y corta perpendicularmente a los planos dados.

6. Dado el punto $P(-3, 1, 0)$ y la recta $r: (1 + 3t, -1 + t, -2)$, determina:

- La ecuación del plano perpendicular a la recta y que pasa por P .
- La distancia del punto a la recta.
- Las coordenadas del punto simétrico de P respecto de la recta r .

7. Halla los valores de a y de b para que la función $f(x) = \begin{cases} a + bx - x^2 & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 + ax + 8 & \text{si } x > 2 \end{cases}$ cumpla las hipótesis del teorema del valor medio en el intervalo $[-1, 4]$ y determina el valor o valores que verifican la tesis del teorema.

8. Se considera la función real de variable real $f(x) = \frac{x-1}{2+x}$.

- Estudia su monotonía y curvatura.
- Representa gráficamente la función determinando además sus asíntotas.

9. Resuelve las siguientes integrales:

a) $\int \frac{3x}{\sqrt{5+3x^2}} dx$

b) $\int \frac{x+4}{x^2-3x} dx$

10. Se considera el recinto acotado y limitado por la función $f(x) = e^{-x}$, los ejes de coordenadas y la recta $x = 1$.

- Determina el área de dicho recinto.
- Halla el volumen del cuerpo de revolución que se genera cuando el recinto anterior gira alrededor del eje de abscisas.