

3 Sistemas de ecuaciones lineales

Propuesta A

1. Resuelve por el método de Gauss el siguiente sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = -4 \\ x + y - z = -2 \\ 2x + 3y = 4 \end{cases}$$

2. En una tienda de animales hay serpientes, lagartos y cacatúas. Entre todos los animales hay el doble de patas que de cabezas, y el número de alas es cuatro veces el número de lagartos. En un descuido se escapan los lagartos, y cada uno se come una cacatúa; no obstante, aunque todos los lagartos comen, sobreviven tres cacatúas. ¿Cuántos animales hay de cada especie? Plántalo como un sistema matricial y resuélvelo, si es posible, por el método de la matriz inversa.

3. Comprueba si los siguientes sistemas de ecuaciones lineales son de Cramer y, en caso afirmativo, resuélvelos por este método.

a)
$$\begin{cases} x - y + 2z = 4 \\ 2x - 2y - z = 0 \\ -x + y + 3z = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x + y - z = 6 \\ x - y - z = 1 \\ -x + 2y - 3z = -4 \end{cases}$$

4. Discute en función del parámetro k la compatibilidad del siguiente sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{cases} kx + y + z = 4k \\ x + (k+1)y + kz = k+4 \\ x - y + z = k+1 \end{cases}$$

5. El siguiente sistema de ecuaciones en cierto sentido no es lineal, pero aun así se puede resolver utilizando los métodos habituales, por ejemplo el de Gauss. ¿Para qué valores de t tiene solución?

$$\begin{cases} \operatorname{sen} \alpha + \operatorname{cos} \beta + \operatorname{tg} \gamma = 4t \\ \operatorname{sen} \alpha - \operatorname{cos} \beta - \operatorname{tg} \gamma = 0 \\ 2 \operatorname{sen} \alpha - \operatorname{cos} \beta + \operatorname{tg} \gamma = 0 \end{cases}$$

6. Discute y resuelve, en función de los parámetros a y b , el siguiente sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{cases} 2x + y + 2z = b \\ x + y + z = 0 \\ 4x - 5y + az = 0 \end{cases}$$

7. Un hotel tiene habitaciones triples (3 camas), dobles (2 camas) y sencillas (1 cama). En total hay 11 habitaciones y 30 camas.

¿Cuántas habitaciones hay de cada tipo?

Propuesta B

1. Resuelve por el método de Gauss el siguiente sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{cases} x - 2y - z = -5 \\ 2x + y + 3z = 10 \\ -3x + y - z = -1 \end{cases}$$

2. El sistema de ecuaciones representado por la siguiente ecuación matricial tiene un número infinito de soluciones. Halla el valor de k .

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -9 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ k \end{pmatrix}$$

3. Comprueba si los siguientes sistemas de ecuaciones lineales son de Cramer y, en caso afirmativo, resuélvelos por este método.

a)
$$\begin{cases} x + y + z = 4 \\ x - 2y - z = -1 \\ 3x + 2y - 4z = 4 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x - y + 2z = 3 \\ 2x + y + 2z = 3 \\ 4x - 3y + 2z = 3 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ x + 3y - z = 4 \\ x + 3y + z = 2 \\ x + 2y + 4z = 0 \end{cases}$$

4. Halla el valor de a para que el siguiente sistema de ecuaciones no tenga una solución única.

$$\begin{cases} 4x - y + 2z = 1 \\ 2x + 3y = -6 \\ x - 2y + az = \frac{7}{2} \end{cases}$$

5. Halla todos los valores de k para los cuales el siguiente sistema de ecuaciones tiene soluciones diferentes de la trivial, es decir, $(0, 0, 0)$; y calcula en función de k el conjunto de soluciones.

$$\begin{cases} x - y + kz = 0 \\ kx + 2y - 4z = 0 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$$

6. Discute y resuelve el siguiente sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ x + y + az = a^2 \end{cases}$$

7. En un cine los titulares de carnet joven pagan 5,50 € por la entrada, los mayores de 65 años pagan 6,00 €, y el resto de espectadores, 7,50 €.

En una sesión se venden 500 entradas y se recaudan 3600 €.

Sabiendo que a esa sesión acudieron la mitad de jóvenes que de personas mayores de 65 años, ¿cuántos espectadores de cada tipo había?