1 Matrices

Propuesta A

1. Un taller de aluminio fabrica tres modelos distintos de ventanas: A, B y C, en dos versiones distintas: grande y pequeña. El taller produce diariamente 100 ventanas grandes y 800 pequeñas de tipo A, 800 grandes y 600 pequeñas de tipo B, y 400 grandes y 600 pequeñas de tipo C. Cada ventana grande lleva 24 junquillos y 10 remaches, y cada ventana pequeña lleva 12 junquillos y 8 remaches, en cualquiera de los tres modelos.

a) Representa esta información en dos matrices.

b) Halla una matriz que represente la cantidad de junquillos y de remaches necesarios para la producción diaria de ventanas de dicha fábrica.

2. Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} -2 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$, realiza las siguientes operaciones:

AB, C^tA, $(BC-BA)^t$

3. Resuelve la ecuación matricial $AXB=C$, donde:
$A=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \\ 4 & -1 & 7 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} 3 & -2 & -4 \\ 0 & 3 & -1 \\ -4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$:

a) Calcula A^n.

b) Calcula, si existe, A^{-1}.

c) Resuelve la siguiente ecuación matricial: $A^n+BX=I$.

5. Escribe una matriz cuadrada de orden 4 cuyas dos primeras filas sean $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & 4 & 2 \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \end{pmatrix}$, de manera que:

a) $\text{rg}(A)=2$

b) $\text{rg}(A)=3$

c) $\text{rg}(A)=4$

Justifica la respuesta.

6. Dada la matriz $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & 3 \\ 4 & 1 & -m \end{pmatrix}$, determina los valores de m para los que existe A^{-1}.

Calcula A^{-1} para $m=0$.

7. Estudia según los valores de k el rango de la siguiente matriz:
$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 \\ 1 & k & 5 & 2 \\ 3 & k-4 & k+9 & k \end{pmatrix}$

Propuesta B

1. Efectúa la siguiente operación con matrices: $3A - AB + C^t$, donde:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 1 & -2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 10 \\ 4 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

2. Sabiendo que $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 5 & -6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, calcula, si es posible, los siguientes productos: ABC , BCA y BAC

3. Dada $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, calcula $A^3 - 3A^2 + 3A$.

4. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ k & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ k & 2 \end{pmatrix}$, se pide:

a) Razona para qué valores de k la matriz $B^t A^t$ tiene inversa.

b) Resuelve la ecuación $(AB)^t X = I$ para $k = 0$, siendo I la matriz identidad.

5. Dados los siguientes vectores de $\mathbf{R}^4$:

$\vec{u} = (m,-1,0,1)$, $\vec{v} = (0,m,-1,1)$ y $\vec{w} = (1,0,-1,2)$,

calcula los valores de m para los que dichos vectores son linealmente independientes.

6. Obtén las matrices A y B que cumplen las siguientes condiciones:

$$3A + 2B = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$2A - 3B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -6 \end{pmatrix}$$

7. Determina, razonadamente, la matriz $A^{20} - A^{10}$ sabiendo que:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

8. Halla la matriz inversa de la siguiente matriz por el método de Gauss-Jordan y comprueba el resultado.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$