2 Determinantes

Propuesta A

1. Calcula los siguientes determinantes.

a) $\begin{vmatrix} \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha \\ -\cos\alpha & \operatorname{sen}\alpha \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} x+a & x-a \\ x-a & x+a \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} 3 & 0 & a-1 \\ 1 & a-1 & 1 \\ a & a-1 & 1 \end{vmatrix}$

2. Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix} = 4$, calcula el valor del determinante $\begin{vmatrix} 2k & 4c+2f & 3f+k \\ 2h & 4b+2e & 3e+h \\ 2g & 4a+2d & 3d+g \end{vmatrix}$.

3. Demuestra que $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \operatorname{sen}\alpha & \operatorname{sen}\beta & \operatorname{sen}\gamma \\ \cos\alpha & \cos\beta & \cos\gamma \end{vmatrix} = \operatorname{sen}(\beta-\gamma)+\operatorname{sen}(\gamma-\alpha)+\operatorname{sen}(\alpha-\beta)$.

4. Expresa en forma de producto de factores primos de primer grado el valor del siguiente determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & d+e & de \\ 1 & e+c & ec \\ 1 & c+d & cd \end{vmatrix}$$

5. Obtén en función de *a*, *b* y *c* el valor del determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1+a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+c & 1 \end{vmatrix}$$

6. Utiliza determinantes para calcular, según los valores de *k,* el rango de la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 \\ 1 & k & 5 & 2 \\ 3 & k-4 & k+9 & k \end{pmatrix}$$

7. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & 3 \\ 4 & 1 & -m \end{pmatrix}$, determina los valores de *m* para los cuales existe A^{-1}.

Calcula A^{-1} para $m = 0$.

8. Resuelve la ecuación $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ 3 & 2x+1 & x^2+2x & 3x^2 \\ 3 & x+2 & 2x+1 & 3x \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$ **.**

Propuesta B

1. Calcula los siguientes determinantes.

a) $\begin{vmatrix} \operatorname{sen}\alpha & -\cos\alpha \\ \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} x+a & x-a \\ x-a & x-a \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} a & a & a \\ a & b & b \\ a & b & c \end{vmatrix}$

2. Calcula el valor del determinante $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix}$, sabiendo que $\begin{vmatrix} -d & -e & -f \\ -a & -b & -c \\ -g & -h & -k \end{vmatrix} = 100$.

3. Calcula el valor del siguiente determinante: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ e^{-\pi} & e^{\pi}+e^{-\pi} & e^{\pi}+e^{-\pi} \\ e^{-\pi} & e^{\pi}+e^{-\pi} & e^{\pi}+2e^{-\pi} \end{vmatrix}$.

4. a) Calcula los valores de *k* que anulan el siguiente determinante: $\begin{vmatrix} 3k+1 & k & k \\ 6k+2 & 2k+1 & 2k \\ 3k+1 & k & k+1 \end{vmatrix}$.

b) Halla los valores de *k* para los que la matriz $A(k) = \begin{pmatrix} 3k+1 & k & k \\ 6k+2 & 2k+1 & 2k \\ 3k+1 & k & k+1 \end{pmatrix}$ tiene inversa.

Calcula, si es posible, la inversa de $A(0)$.

5. Utilizando las propiedades de los determinantes, calcula el valor de $\begin{vmatrix} x & x+1 & x+2 \\ x & x+3 & x+4 \\ x & x+5 & x+6 \end{vmatrix}$.

6. Discute según el valor del parámetro *m* el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & m \\ m+2 & -2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

7. a) Encuentra los valores de *k* para los que la matriz $A = \begin{pmatrix} k-1 & 1 & -1 \\ 0 & k-2 & 1 \\ k & 0 & 2 \end{pmatrix}$ es invertible.

b) Para $k = 2$, halla la inversa de *A* y comprueba el resultado.

8. Resuelve la ecuación $\begin{vmatrix} x & 1 & 8 & 1 \\ 1 & x & 1 & 8 \\ 8 & 1 & x & 1 \\ 1 & 8 & 1 & x \end{vmatrix} = 0$.