# 9 Continuidad

## Propuesta A

**1.** Halla los puntos de discontinuidad de la función $f(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{x-3}$ y clasifícalos.

**2.** Estudia la continuidad de la función $f(x)=\begin{cases}6-x & \text{si } x<-2\\ 6 & \text{si } -2\le x<3\\ x^2-3 & \text{si } x\ge 3\end{cases}$ y efectúa una representación gráfica de la misma.

**3.** Halla el valor del parámetro *a* para que la función $f(x)=\begin{cases}x^3-1 & \text{si } x<1\\ ax-1 & \text{si } x\ge 1\end{cases}$ sea continua en toda la recta real.

**4.** Determina los valores de *a* y *b* para que la función $f(x)=\begin{cases}x+2 & \text{si } x\le 0\\ \sqrt{ax+b} & \text{si } 0<x\le 2\\ -\dfrac{x}{2\sqrt{2}}+\dfrac{3}{\sqrt{2}} & \text{si } x>2\end{cases}$ sea continua en todo **R**.

**5.** Calcula el verdadero valor de la función $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+9}-3}$ en $x = 0$.

**6.** Halla los puntos de discontinuidad de las siguientes funciones a trozos:

a) $f(x)=\begin{cases}x+3 & \text{si } x<0\\ x-1 & \text{si } x\ge 0\end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases}2-x^2 & \text{si } x<1\\ x^2-x+1 & \text{si } 1\le x<3\\ x^2-4 & \text{si } x\ge 3\end{cases}$

**7.** Halla los puntos de discontinuidad de la función $f(x)=\dfrac{x-6}{2-\sqrt{x-2}}$, indica el tipo de discontinuidad, determina el salto de discontinuidad o, en su caso, el verdadero valor de la función en esos puntos y muestra los intervalos en los que la función es continua.

**8.** Demuestra que la función $f(x)=2x^3-5x^2+x+2$ corta al eje de abscisas en el intervalo [–1, 3]. ¿Puede afirmarse lo mismo de la función $g(x)=\dfrac{x^3-2}{x-2}$?

**9.** Estudia si la función $f(x)=\begin{cases}x^2-1 & \text{si } -2\le x<0\\ 2x-1 & \text{si } 0\le x\le 2\end{cases}$ está acotada en el intervalo [–2, 2]. En caso afirmativo calcula su máximo y su mínimo absolutos.

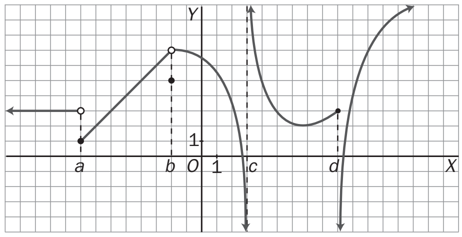
**10.** Estudia la continuidad de la función: $f(x)=\begin{cases}1 & \text{si } x\in\{-1,1\}\\ \dfrac{x}{|x|-1} & \text{si } x\in \mathbf{R}-\{-1,1\}\end{cases}$ y calcula $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

**11.** Demuestra que las funciones $f(x)=x^3+x^2$ y $g(x)=3+\cos(\pi x)$ se cortan al menos en un punto cuya abscisa pertenece al intervalo [0, 2].

## Propuesta B

**1.** Halla los puntos de discontinuidad de la función $f(x)=\dfrac{x^2+x-6}{x^2-x-2}$. Indica el tipo de discontinuidad.

**2.** Indica los intervalos en los que la función $f(x)$, representada a continuación, es continua y clasifica los tipos de discontinuidad que presenta.




**3.** Estudia la continuidad de la función $f(x)=\begin{cases} x^2-2 & \text{si } x\le 1 \\ x^2-3x+1 & \text{si } x>1 \end{cases}$ y esboza su gráfica.

**4.** Halla el valor del parámetro $a$ para que la función $f(x)=\begin{cases} x^2+ax+a-1 & \text{si } x<2 \\ \ln(x-1) & \text{si } x\ge 2 \end{cases}$ sea continua en todo **R**.

**5.** Determina para qué valores de los parámetros $a$ y $b$ la función $f(x)=\begin{cases} \text{sen}\, x & \text{si } x<0 \\ x^2+ax+b & \text{si } 0\le x<3 \\ x+9 & \text{si } x\ge 3 \end{cases}$ es continua en toda la recta real.

**6.** Calcula el verdadero valor de la función $f(x)=\dfrac{\text{sen}^3 x}{\text{tg}x-\text{sen}x}$ en $x = 0$.

**7.** Estudia la continuidad de la función $f(x)=\begin{cases} x\cdot|x| & \text{si } x\le 1 \\ x & \text{si } 1<x\le 2 \\ 4-x & \text{si } x>2 \end{cases}$ y haz su representación gráfica.

**8.** Para cada una de las siguientes funciones calcula el valor de $a$ que las hace continuas en todo **R**.

a) $f(x)=\begin{cases} a & \text{si } x=1 \\ \dfrac{x^2-1}{x-1} & \text{si } x\ne 1 \end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases} x^2-a & \text{si } x<3 \\ 4x+1 & \text{si } x\ge 3 \end{cases}$

**9.** Comprueba si la función $f(x)=\dfrac{e^x+1}{e^x-1}$ verifica las condiciones del teorema de Weierstrass en el intervalo [1, 4]. ¿Se puede asegurar que la función está acotada en ese intervalo? ¿Se puede asegurar que la función está acotada en todo su dominio? ¿Podría decirse lo mismo de la función $f(x)=\dfrac{e^{-x}-1}{e^{-x}+1}$?

**10.** Demuestra que la ecuación $2^x-4x=0$ tiene al menos dos soluciones reales.

**11.** Construye una función adecuada para demostrar, por el teorema de Bolzano, que la función $f(x)=\sqrt{x^3+1}$ toma todos los valores del intervalo [0, 3].