

10 Polígonos y circunferencia

INTRODUCCIÓN

Nos introducimos en el estudio de los polígonos, recordando contenidos trabajados por los alumnos en Primaria, y partiendo del estudio del polígono y los elementos que lo caracterizan.

El estudio del triángulo es básico para la comprensión de relaciones entre figuras geométricas.

Respecto al teorema de Pitágoras, lo más importante es su comprensión y desarrollo aritmético.

A continuación, se introducen los cuadriláteros, incidiendo en la clasificación según la posición de los lados.

Conviene tener en cuenta también que los alumnos conocen ya el concepto de polígono regular.

La circunferencia y el círculo son figuras que han sido estudiadas en los últimos cursos de Primaria, y conocidas por los alumnos.

RESUMEN DE LA UNIDAD

- Un *polígono* es la parte del plano limitada por una línea poligonal cerrada.
- Según sus lados, los triángulos se clasifican en: *equiláteros*, *isósceles* y *escalenos*. Según sus ángulos, los triángulos se clasifican en: *rectángulos*, *obtusángulos* y *acutángulos*.
- La *mediana* es la recta que une cada vértice con el punto medio del lado opuesto. Se cortan en el *baricentro*.
- La *altura* es la recta perpendicular a cada lado que pasa por el vértice opuesto. Se cortan en el *ortocentro*.
- El *cuadrilátero* es un polígono de cuatro lados.
- La *circunferencia* es una línea curva cerrada y plana cuyos puntos están todos a igual distancia del centro.
- El *círculo* es la figura plana formada por la circunferencia y su interior.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Comprender el concepto de polígono. Reconocer y clasificar los tipos de polígonos.	<ul style="list-style-type: none"> • El polígono y sus elementos. • Clasificación de polígonos según sus lados y ángulos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de polígonos según sus elementos. • Reconocimiento de polígonos por sus lados y ángulos.
2. Clasificar triángulos según sus lados y sus ángulos. Reconocer y dibujar las principales rectas y puntos de un triángulo.	<ul style="list-style-type: none"> • Triángulo. Tipos de triángulos. • Rectas y puntos de un triángulo. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación de triángulos según sus lados y ángulos y de las relaciones entre ellos. • Determinación de rectas y puntos de un triángulo.
3. Comprender el teorema de Pitágoras.	<ul style="list-style-type: none"> • Triángulo rectángulo: nomenclatura. • Enunciado del teorema de Pitágoras. 	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocimiento de los lados de un triángulo rectángulo. • Aplicación del teorema de Pitágoras.
4. Comprender el concepto de cuadrilátero. Reconocer y clasificar los tipos de cuadriláteros.	<ul style="list-style-type: none"> • Concepto de cuadrilátero. • Tipos de cuadriláteros. 	<ul style="list-style-type: none"> • Clasificación de los cuadriláteros. • Identificación de cuadriláteros por sus elementos y características.
5. Distinguir entre circunferencia y círculo.	<ul style="list-style-type: none"> • Circunferencia y círculo. • Posiciones de dos circunferencias. 	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocimiento de la circunferencia y el círculo. • Identificación de las posiciones relativas de rectas y circunferencias.
6. Comprender el concepto de polígono regular. Clasificar los polígonos regulares y sus características.	<ul style="list-style-type: none"> • Polígono regular, rectas y puntos principales. • Suma de los ángulos y ángulo central de un polígono regular. 	<ul style="list-style-type: none"> • Identificación y reconocimiento de los polígonos regulares.

10

OBJETIVO 1

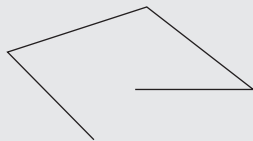
CONCEPTO DE POLÍGONO. RECONOCER Y CLASIFICAR POLÍGONOS

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

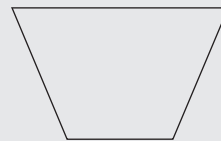
POLÍGONOS

- Varios segmentos unidos entre sí forman una **línea poligonal**.
- Una línea poligonal cerrada es un **polígono**.

Línea poligonal



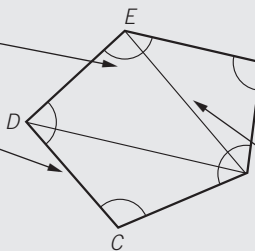
Polígono

**ELEMENTOS DE UN POLÍGONO**

Los **ángulos** son las regiones que forman los lados al cortarse. Se escriben así: \hat{E} .

Los **lados** son los segmentos que limitan el polígono.

La suma de las longitudes de los lados se llama **perímetro**.



Los **vértices** son los puntos donde se cortan los lados. Se nombran con una letra mayúscula.

Las **diagonales** son los segmentos que unen dos vértices no consecutivos.

- Un polígono se nombra asignando letras a los vértices. Por ejemplo, polígono *ABCDE*.

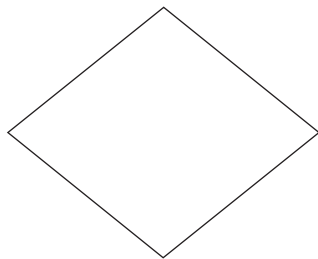
1 Con estos segmentos, dibuja una línea poligonal y un polígono.

a) Línea poligonal.

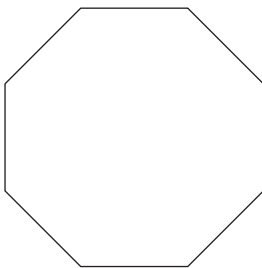
b) Polígono.

2 Señala cuáles de las figuras son polígonos.

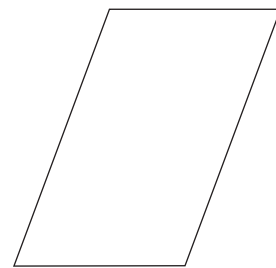
a)



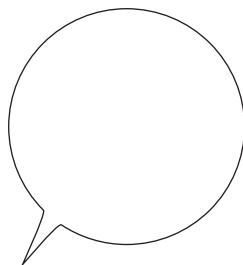
c)



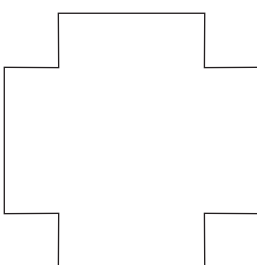
e)



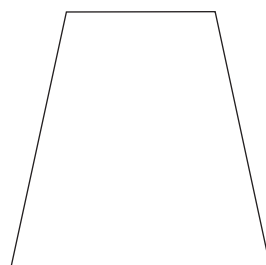
b)



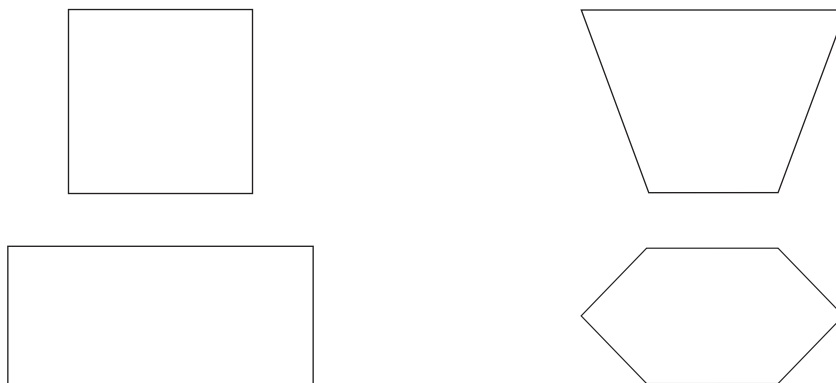
d)



f)

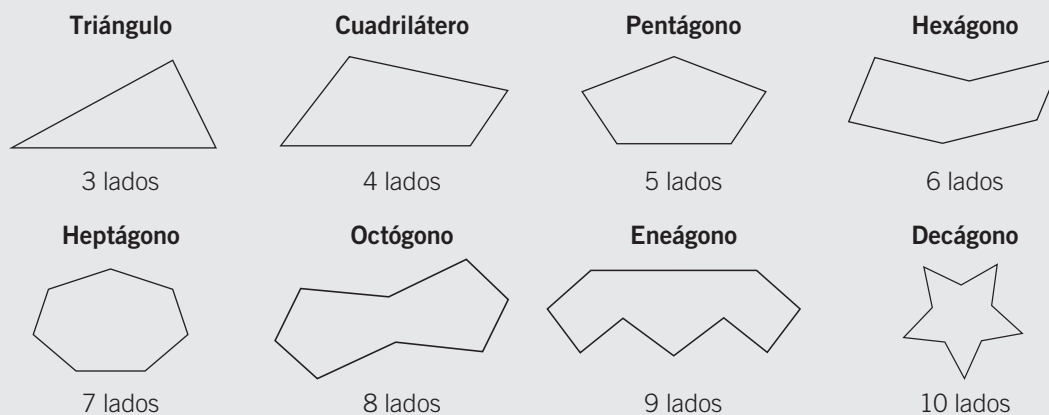


- 3 En los siguientes polígonos, dibuja estos elementos: vértices, diagonales, lados y ángulos. Nómbralos con sus letras correspondientes.



CLASIFICACIÓN DE POLÍGONOS

Los polígonos se clasifican por su número de **lados**, siendo los principales:



- 4 Dibuja los siguientes polígonos.

TRIÁNGULO	CUADRILÁTERO	PENTÁGONO	HEXÁGONO
HEPTÁGONO	OCTÓGONO	ENEÁGONO	DECÁGONO

ADAPTACIÓN CURRICULAR

10

- 5 Fíjate en las señales de tráfico, e indica cuáles son polígonos y de qué tipo.

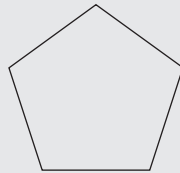


CLASIFICACIÓN DE POLÍGONOS

Los polígonos se clasifican también por sus **ángulos**.

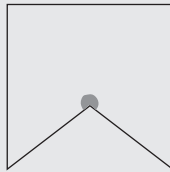
- **Convexos**

Todos los ángulos son menores que 180° .

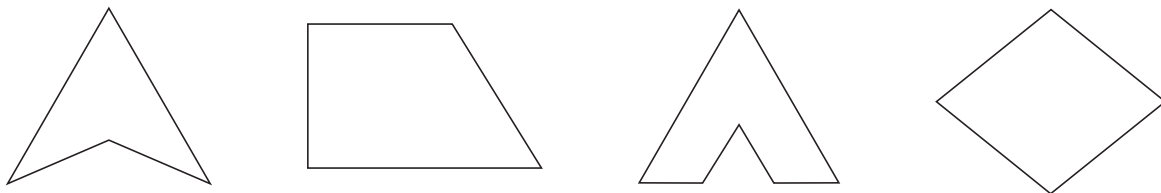


- **Cóncavos**

Tienen algún ángulo mayor que 180° .

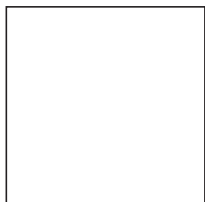


- 6 Clasifica los siguientes polígonos en cóncavos o convexos.

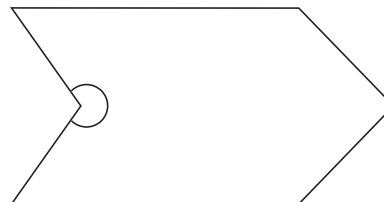


- 7 Indica si los polígonos son cóncavos o convexos. Justifica tu respuesta.

a)



b)



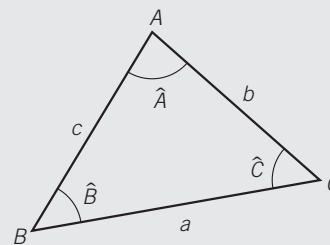
OBJETIVO 2

CLASIFICAR TRIÁNGULOS. RECONOCER SUS PRINCIPALES RECTAS Y PUNTOS 10

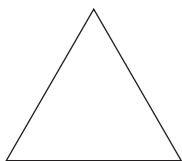
NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

TRIÁNGULO

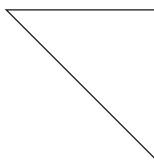
- Un **triángulo** es una figura plana limitada por tres segmentos.
 - Tiene 3 vértices, A , B , C : puntos de unión de los lados.
 - Tiene 3 lados, a , b , c : segmentos que lo limitan.
 - Tiene 3 ángulos, \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} .

**1 Nombra los principales elementos de los triángulos.**

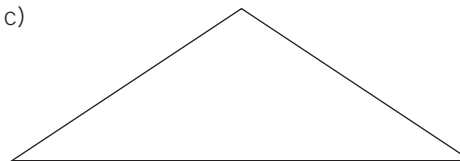
a)



b)



c)

**CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS**

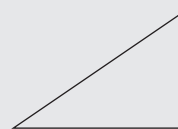
- Según sus lados:
 - **Equilátero**: tres lados iguales.
 - **Isósceles**: dos lados iguales.
 - **Escaleno**: tres lados distintos.



Equilátero



Isósceles

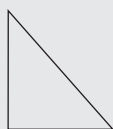


Escaleno

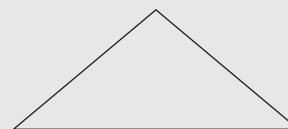
- Según sus ángulos:
 - **Acutángulo**: tres ángulos agudos ($< 90^\circ$).
 - **Rectángulo**: un ángulo recto (90°).
 - **Obtusángulo**: un ángulo obtuso ($> 90^\circ$).



Acutángulo



Rectángulo

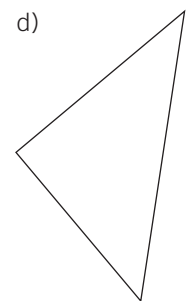
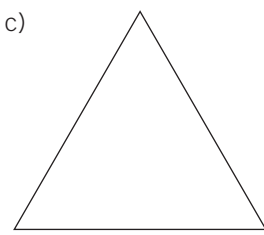
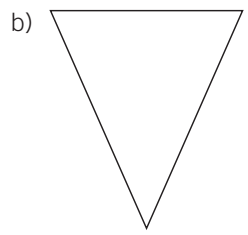
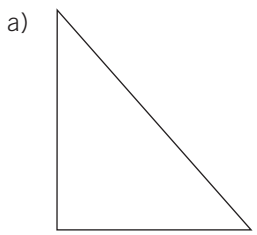


Obtusángulo

ADAPTACIÓN CURRICULAR

10

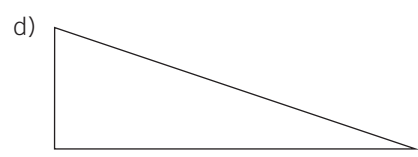
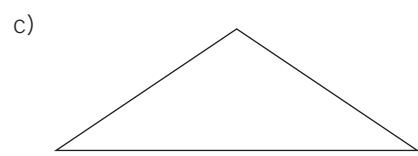
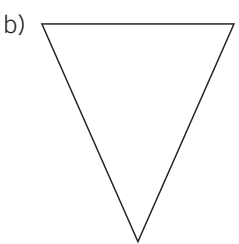
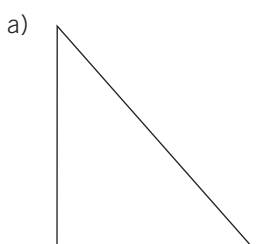
2 Mide con tu regla los lados de cada triángulo y clasifícalos.



a) Triángulo:
 b) Triángulo:

c) Triángulo:
 d) Triángulo:

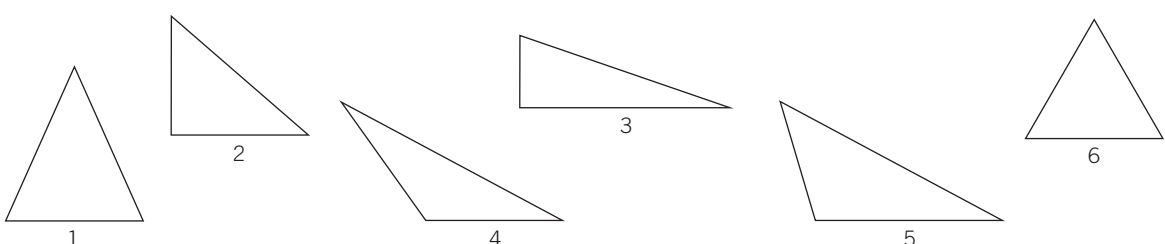
3 Utilizando el transportador, clasifica estos triángulos según sus ángulos.



a) Triángulo:
 b) Triángulo:

c) Triángulo:
 d) Triángulo:

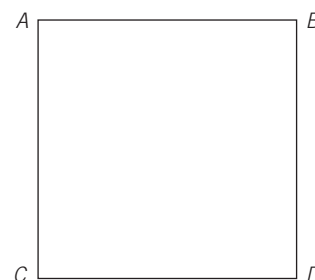
4 Clasifica los triángulos según sus lados y ángulos.



	EQUILÁTERO	ISÓSCELES	ESCALENO	ACUTÁNGULO	RECTÁNGULO	OBTUSÁNGULO
Triángulo 1						
Triángulo 2						
Triángulo 3						
Triángulo 4						
Triángulo 5						
Triángulo 6						

5 En el siguiente cuadrado, dibuja el segmento que une los vértices *A* y *D* (diagonal).

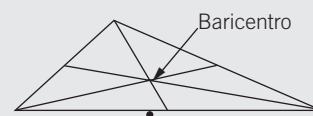
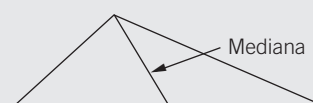
- ¿En cuántas partes se ha dividido el cuadrado?
- ¿Qué figura se ha formado?
- Nombra todos los lados y ángulos.
- Indica el valor de los ángulos.



RECTAS Y PUNTOS DE UN TRIÁNGULO

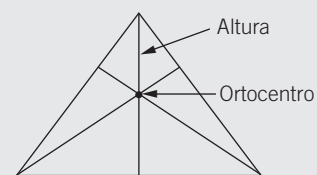
• Medianas

- La mediana de un triángulo es un segmento que va desde un vértice al punto medio del lado opuesto.
- Un triángulo tiene tres medianas, que se cruzan en un punto llamado **baricentro**.



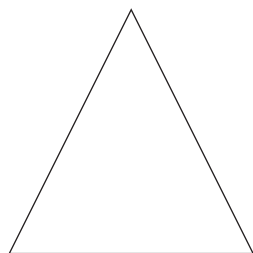
• Alturas

- La altura de un triángulo es un segmento que va desde el vértice perpendicularmente (90°) al lado opuesto.
- Un triángulo tiene tres alturas, que se cruzan en un punto llamado **ortocentro**.

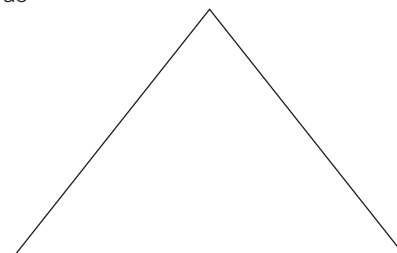


6 Dibuja las medianas y alturas, así como los puntos que forman al cortarse.

Medianas

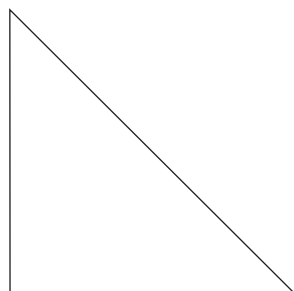


Alturas

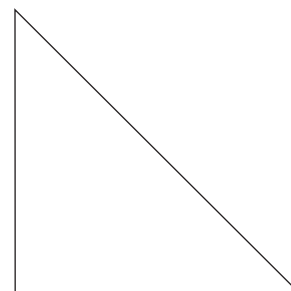


7 En este triángulo rectángulo, dibuja sus medianas y alturas, así como los puntos que forman al cortarse. ¿Qué observas?

Medianas



Alturas



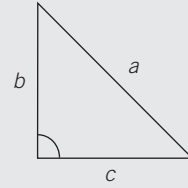
10

OBJETIVO 3 COMPRENDER EL TEOREMA DE PITÁGORAS

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

TRIÁNGULO RECTÁNGULO

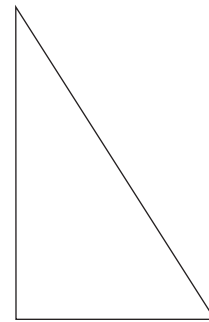
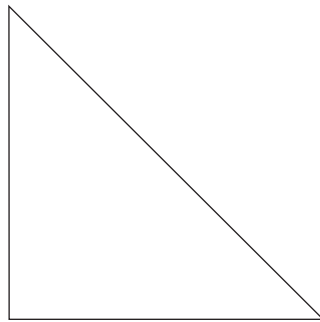
- Un triángulo rectángulo tiene un ángulo recto (90°).
- Los lados que forman el ángulo recto se denominan **catetos**, **b** y **c** .
- El lado mayor se llama **hipotenusa**, **a** , y es mayor que los catetos.
- Ejemplos de triángulos rectángulos son la escuadra y el cartabón.



1 Dibuja un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 3 cm y 4 cm.

- Forma el ángulo recto con ambos catetos y nómbralos.
- Mide el lado mayor (hipotenusa) y nómbralo.

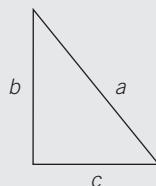
2 Mide la longitud de tu escuadra y cartabón, y escribe en las figuras los valores obtenidos.



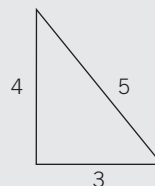
TEOREMA DE PITÁGORAS

Pitágoras enunció el llamado **teorema de Pitágoras**, que afirma:

«En un triángulo rectángulo, la hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los catetos».



$$a^2 = b^2 + c^2$$



$$\begin{aligned} 5^2 &= 4^2 + 3^2 \\ 25 &= 16 + 9 \\ 25 &= 25 \end{aligned}$$

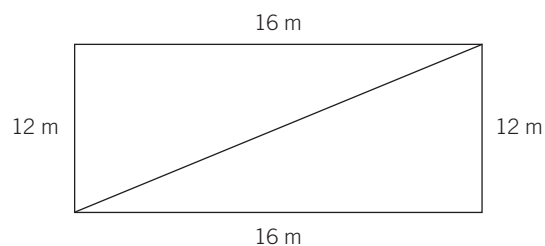
- 3 Comprueba el teorema de Pitágoras en los siguientes triángulos rectángulos.

HIPOTENUSA a	CATETO MAYOR b	CATETO MENOR c	$a^2 = b^2 + c^2$
5	4	3	
26	24	10	
13	12	5	
2	1	1	
17	15	8	

- 4 Los lados de un triángulo tienen las siguientes longitudes: 6 cm, 8 cm y 10 cm. Comprueba que el triángulo es rectángulo, gráfica y numéricamente.

- 5 Un campo de deporte tiene forma rectangular y mide 12×16 m.

- a) Indica qué cuerpos se forman al trazar la diagonal.
b) ¿Sabrías medir la longitud de la diagonal?



10

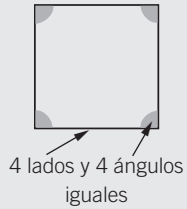
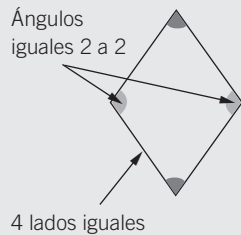
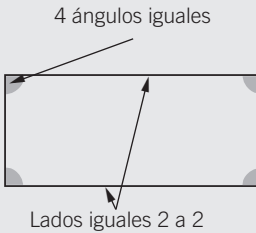
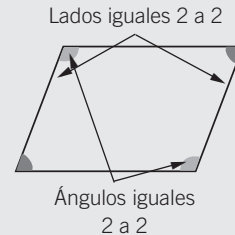
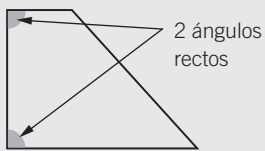
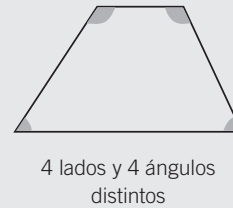
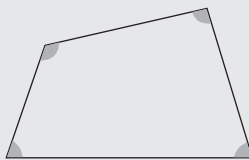
OBJETIVO 4

CONCEPTO DE CUADRILÁTERO. RECONOCER Y CLASIFICAR SUS TIPOS

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

Los **cuadriláteros** son polígonos de cuatro lados.

Se clasifican en:

PARALELOGRAMOS: tienen los cuatro lados paralelos dos a dos.**Cuadrado****Rombo****Rectángulo****Romboide****TRAPECIOS:** tienen solo dos lados paralelos.**Trapezio rectángulo****Trapezio isósceles****Trapezio escaleno****TRAPEZOIDES:** no tienen lados paralelos.

- 1** Fíjate en tu aula y señala cuatro elementos con forma de cuadrilátero. Luego dibuja su contorno (aunque no sea a escala real).

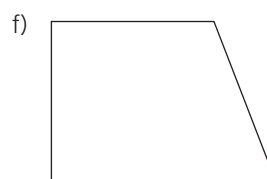
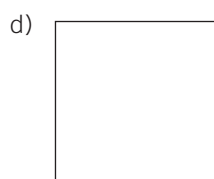
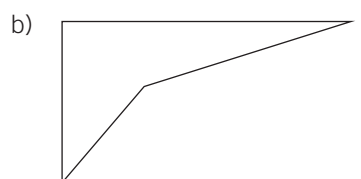
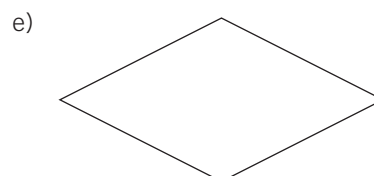
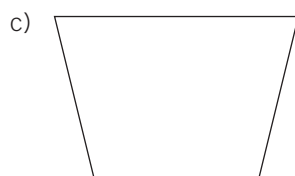
a)

c)

b)

d)

2 Indica el nombre de los cuadriláteros.



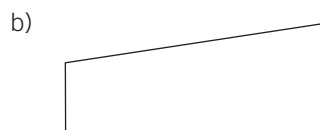
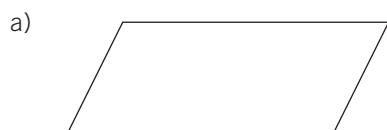
3 Completa la siguiente tabla.

	SEMEJANZAS	DIFERENCIAS
Un paralelogramo y un trapecio		
Un trapecio y un trapezoide		
Un paralelogramo y un trapezoide		

4 Un paralelogramo tiene sus cuatro ángulos iguales.

- ¿Qué tipo de paralelogramo es?
- ¿Puede ser de varios tipos?
- Dibújalos.

5 Traza las diagonales y los ejes de simetría de los paralelogramos. ¿Qué observas?



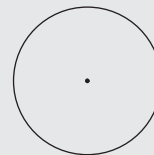
10

OBJETIVO 5 DISTINGUIR ENTRE CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

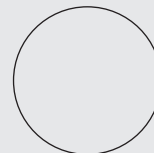
CIRCUNFERENCIA

La **circunferencia** es una línea curva cerrada y plana cuyos puntos están a la misma distancia del centro.

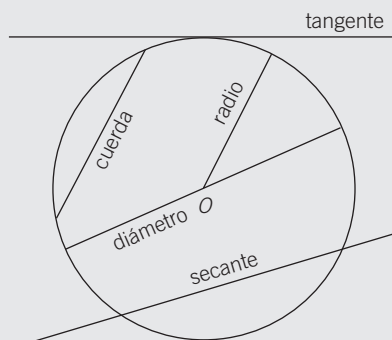


CÍRCULO

El **círculo** es la figura plana formada por la circunferencia y su interior.



RECTAS DE LA CIRCUNFERENCIA



Centro, O : punto del cual equidistan todos los puntos de la circunferencia.

Radio: recta que une el centro de la circunferencia con cualquier punto de la misma.

Diámetro: recta que pasa por el centro y divide a la circunferencia en dos partes (semicircunferencias).

Cuerda: segmento que toca a dos puntos de la circunferencia.

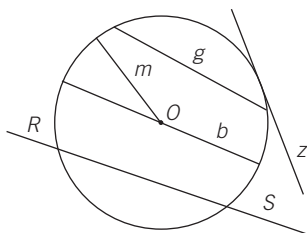
Secante: recta que corta en dos puntos a la circunferencia.

Tangente: recta que toca a la circunferencia en un punto.

1 Con tu compás traza una circunferencia de radio 4 cm y dibuja.

- | | | |
|---------------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| a) El centro O . | d) Una recta tangente t . | e) Un diámetro d . |
| b) Una cuerda AB con su arco. | c) Un radio r . | f) Una semicircunferencia. |

2 En la siguiente circunferencia indica qué representan estos elementos: O , m , z , b , RS .



a) b divide a la circunferencia en dos

b) Si prolongásemos g , sería una recta

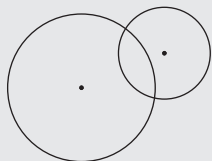
O : m :

z : b :

RS :

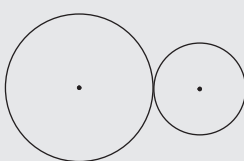
POSICIONES DE DOS CIRCUNFERENCIAS

Secantes



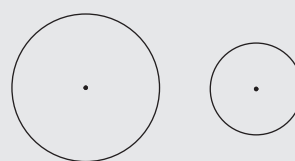
Tienen dos puntos en común.

Tangentes



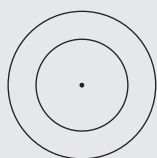
Tienen un punto en común.

Exteriores



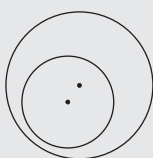
No tienen ningún punto en común.

Concéntricas



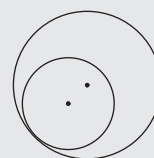
Mismo centro
y distinto radio.

Interiores



Distinto centro
y ningún punto en común.

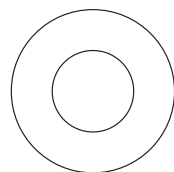
Tangentes interiores



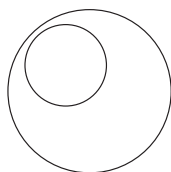
Distinto centro
y un punto en común.

3 Observa y clasifica las circunferencias según su posición.

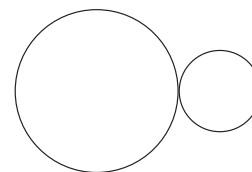
a)



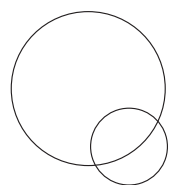
c)



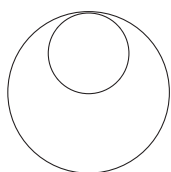
e)



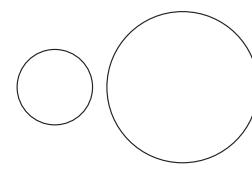
b)



d)

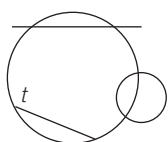


f)

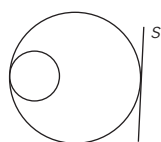


4 Observa los siguientes dibujos y expresa cada recta y circunferencia según su posición y tipo.

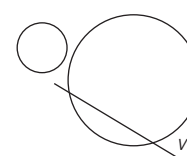
a)



b)



c)



5 Dibuja una circunferencia y traza.

- Un radio cualquiera.
- Una recta secante que pase por el centro O .
- ¿En cuántas partes divide a la circunferencia?
Se llaman
- Traza una recta paralela a la recta secante del apartado a), pero que sea tangente a la circunferencia.

10

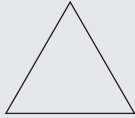
OBJETIVO 6

COMPRENDER EL CONCEPTO DE POLÍGONO REGULAR

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

POLÍGONO REGULAR

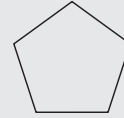
- Un **polígono regular** es el que tiene todos sus lados y ángulos iguales.
- En caso contrario, el polígono es irregular.

Triángulo equilátero

3 lados

Cuadrado

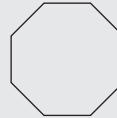
4 lados

Pentágono regular

5 lados

Hexágono

6 lados

Octógono

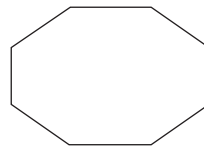
8 lados

1 De los siguientes polígonos, indica cuáles son regulares e irregulares.

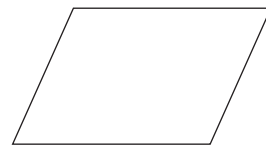
a)



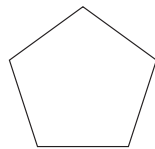
c)



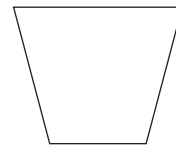
e)



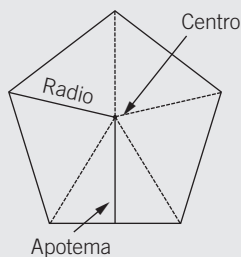
b)



d)



f)

**RECTAS Y PUNTOS PRINCIPALES DE UN POLÍGONO**

Centro: punto que equidista de los vértices (igual distancia).

Radio: segmento que une el centro y un vértice.

Apotema: segmento que une el centro con el punto medio de un lado.

2 Completa la siguiente tabla.

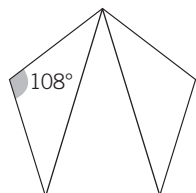
POLÍGONO	NOMBRE	EJES DE SIMETRÍA	RADIOS	APOTEMAS
				
				
				
				
				

SUMA DE ÁNGULOS DE UN POLÍGONO REGULAR

- La suma de los ángulos de un triángulo es 180° .
- Si un polígono tiene n lados, la suma de todos los ángulos es: $180^\circ \cdot (n - 2)$.

EJEMPLO

Observa este pentágono regular que tiene 5 lados y ángulos iguales.

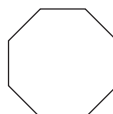


- Realizamos la triangulación y obtenemos tres triángulos, que miden:
 $180^\circ + 180^\circ + 180^\circ = 540^\circ$
- Al tener 5 lados iguales (regular):
 $540^\circ : 5 = 108^\circ$ mide cada ángulo del pentágono regular.

3 Halla el valor de cada ángulo de un hexágono regular.

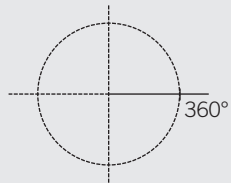


4 Obtén el valor de cada ángulo de un octógono regular.

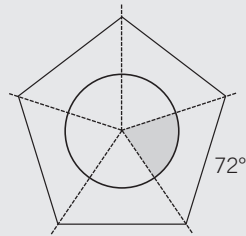


10

ÁNGULO CENTRAL DE UN POLÍGONO REGULAR

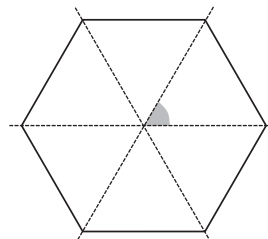
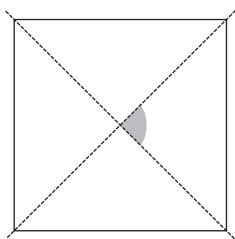
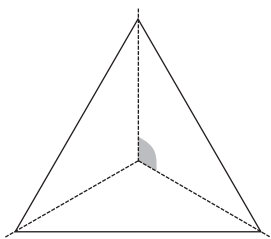


Un ángulo completo mide 360° .



- El ángulo sombreado tiene como vértice el centro del polígono, y sus lados pasan por dos vértices del mismo.
- Se denomina **ángulo central**.
- El pentágono tiene 5 ángulos centrales.
- Cada ángulo vale: $360^\circ : 5 = 72^\circ$.

5 Calcula el valor del ángulo central de los polígonos regulares.



6 Halla cuánto mide el ángulo central del siguiente polígono regular.

