

La bruja de Agnesi

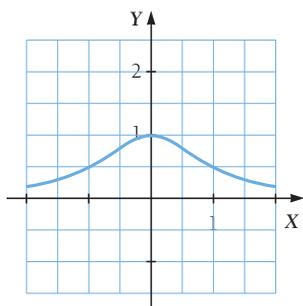
Los ágiles dedos acariciaban las cuerdas y arrancaban dulces sonidos al arpa. María Agnesi se relajó por un momento. Oír a su hermana Teresa tocar el arpa hacía que se olvidara de todo, y que solo existieran notas y compases.

Después de concluir la pieza, Teresa le preguntó a su hermana por su enfado y esta le contestó:

–Esta mañana ha vuelto a suceder: uno de mis alumnos de la universidad ha vuelto a llamarla la *bruja de Agnesi*.

–María –le cortó su hermana–, olvida ya esa historia. Nadie tiene la intención de ofenderte al nombrar la gráfica así.

–¡Pero lo hacen! –dijo María–. La culpa la tiene el traductor que al traducir mi libro al inglés llamó a la curva la *bruja de Agnesi*, y han terminado llamándomelo a mí.



Actualmente a esta gráfica se le sigue llamando la *bruja de Agnesi*, en honor de María Gaetana Agnesi, que fue la primera mujer en impartir clases en una universidad.



DESCUBRE LA HISTORIA...

- 1** Busca información sobre la vida de **María Gaetana Agnesi**, matemática que vivió en el siglo XVIII.

Una biografía de María de Agnesi se puede encontrar en la página:

http://centros5.pntic.mec.es/~barriope/matematicas/web_taller_0203/mujeres/marta/agnesi.htm

Para completar la información, también se puede consultar esta página donde también se ofrece una biografía mucho más extensa:

<http://divulgamat.ehu.es/weborriak/historia/MateOspetsuak/Agnesi.asp>

- 2** **María Agnesi estudió con detalle una curva llamada, debido a una mala traducción, la bruja de Agnesi. Investiga cómo se genera dicha curva y describe sus propiedades.**

Una explicación de este hecho se da en esta página de un instituto segoviano:

<http://www.iesezequielgonzalez.com/matematicas/brujagne.htm>

También podemos encontrar una propuesta para su construcción en esta página:

<http://www.epsilon.es/paginas/i-curvas.html>

- 3** **Averigua qué otros trabajos realizó María Agnesi relacionados con las matemáticas.**

Además de centrar el personaje en su entorno histórico, una extensa relación de su obra la podemos encontrar en esta página:

<http://www.fmujeresprogresistas.org/fichavisibilidad/Agnesi.htm>

EVALUACIÓN INICIAL

- 1** Completa esta tabla:

Lado del cuadrado	Perímetro	Área
1	4	1
2	8	4
3	12	9
4	16	16

- 2** Expresa en lenguaje algebraico.

- a) La tercera parte de un número.
 b) El doble de un número más 6 unidades.
 c) El triple de un número menos su doble.

a) $\frac{x}{3}$

b) $2x + 6$

c) $3x - 2x$

- 3** Halla el valor de y en estas ecuaciones para que sea solución si $x = 3$.

a) $y - 10x = 3y + 12$

b) $xy - 2 = 2y + 1$

a) $y - 10 \cdot 3 = 3y + 12 \rightarrow 2y = -42 \rightarrow y = -\frac{42}{2} = -21$

b) $3 \cdot y - 2 = 2y + 1 \rightarrow y = 3$

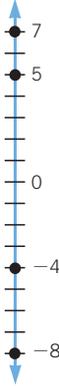
Funciones y gráficas

EJERCICIOS

001 Representa los siguientes números en una recta horizontal: -1 , 5 , 7 y -4 .



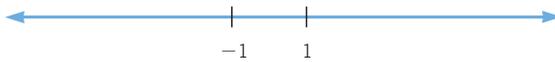
002 Representa estos números en una recta vertical: -8 , 5 , 7 y -4 .



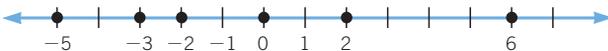
003 El punto A está situado a la derecha de cero. ¿Qué afirmación es correcta?

- a) A es positivo.
 - b) A es negativo.
 - c) $A = 0$
 - d) A puede ser positivo o negativo.
- a) A es positivo.

004 Dada la recta numérica:



- a) Representa el número 0.
- b) Coloca en la recta estos números: -3 , 2 , -2 , -5 y 6 .

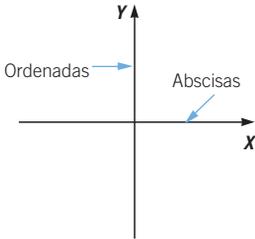


005 Indica cómo representarías los siguientes números en una recta numérica:

-1 , $\frac{1}{2}$ y $-1,5$.

-1 se representa una unidad a la izquierda del 0; $\frac{1}{2}$, media unidad a la derecha del 0, y $-1,5$, una unidad y media a la izquierda del 0.

- 006** Dibuja unos ejes de coordenadas, y colorea de azul el eje de abscisas, y de rojo, el de ordenadas.



- 007** Señala cinco puntos con:

- Abscisa -2 .
- Ordenada -2 .
- Igual abscisa y ordenada.

a) Ejemplos: $(-2, 4)$, $(-2, 0)$, $(-2, -2)$, $(-2, 7)$, $(-2, -10)$

b) Ejemplos: $(2, -2)$, $(0, -2)$, $(-3, -2)$, $(8, -2)$, $(-5, -2)$

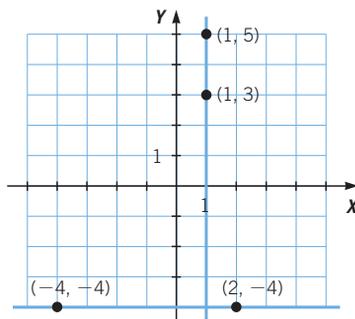
c) Ejemplos: $(0, 0)$, $(-2, -2)$, $(-9, -9)$, $(8, 8)$, $(11, 11)$

- 008** La abscisa del punto A es positiva y la ordenada del punto B es negativa. ¿En qué cuadrante estará situado el punto A ? ¿Y el punto B ?

Si la abscisa es positiva, el punto A puede estar situado en el primer o cuarto cuadrante.

Si la ordenada es negativa, el punto B puede estar situado en el tercer o cuarto cuadrante.

- 009** ¿Qué ocurre con los puntos que tienen igual ordenada y distinta abscisa? ¿Y con los que tienen igual abscisa y distinta ordenada? Dibuja unos ejes de coordenadas y señálalo.



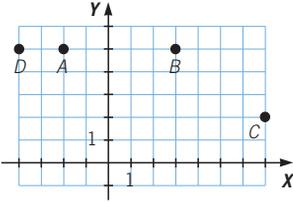
Los puntos que tienen la misma abscisa están en la misma recta vertical.

Los puntos que tienen la misma ordenada están en la misma recta horizontal.

Funciones y gráficas

010 Representa los siguientes puntos e indica en qué cuadrante se encuentran.

$A(-2, 5)$ $B(3, 5)$ $C(7, 2)$ $D(-4, 5)$

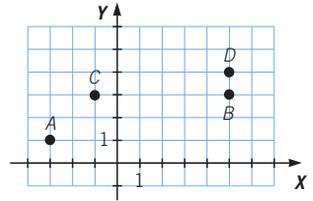


B y C están en el primer cuadrante, y A y D en el segundo.

011 Representa los puntos y señala su cuadrante.

$A(-3, 1)$ $B(5, 3)$ $C(-1, 3)$ $D(5, 4)$

A y C están en el segundo cuadrante, y B y D en el primero.



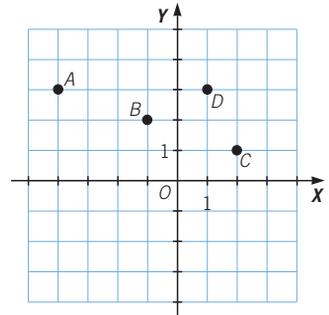
012 Indica, sin representarlos, el cuadrante en el que se sitúa cada punto.

$A(-8, 3)$ $B(5, 10)$ $C(-7, 2)$ $D(4, 6)$

A y C están en el segundo cuadrante, y B y D en el primero.

013 Indica las coordenadas cartesianas de estos puntos.

¿Qué característica común tienen los puntos del primer y segundo cuadrantes?

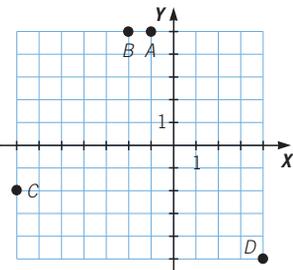


$A(-4, 3)$ $B(-1, 2)$ $C(2, 1)$ $D(1, 3)$

En ambos cuadrantes, la ordenada es positiva.

014 Representa los siguientes puntos en el plano, e indica en qué cuadrante se encuentran.

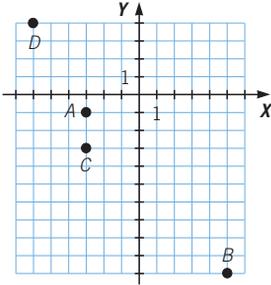
$A(-1, 5)$ $B(-2, 5)$ $C(-7, -2)$ $D(4, -5)$



El punto A pertenece al segundo cuadrante, el punto B al segundo, C al tercero y D al cuarto.

015 Representa los puntos en el plano y señala su cuadrante.

$$A(-3, -1) \quad B(5, -10) \quad C(-3, -3) \quad D(-6, 4)$$



El punto A pertenece al tercer cuadrante, el punto B al cuarto, C al tercero y D al segundo.

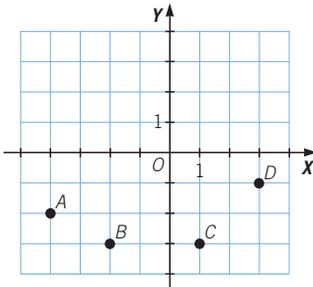
016 Indica, sin representarlos, el cuadrante en el que se sitúa cada punto.

$$A(-8, 3) \quad B(8, -2) \quad C(-7, -3) \quad D(4, 6)$$

El punto A pertenece al segundo cuadrante, el punto B al cuarto, C al tercero y D al primero.

017 Indica las coordenadas de los puntos.

¿Qué característica común tienen los puntos del tercer y cuarto cuadrantes?



$$A(-4, -2) \quad C(1, -3)$$

$$B(-2, -3) \quad D(3, -1)$$

Los puntos del tercer y cuarto cuadrantes tienen la ordenada negativa.

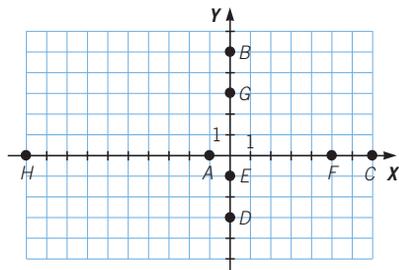
018 Representa los siguientes puntos en el plano.

$$A(-1, 0) \quad E(0, -1)$$

$$B(0, 5) \quad F(5, 0)$$

$$C(7, 0) \quad G(0, 3)$$

$$D(0, -3) \quad H(-10, 0)$$



Funciones y gráficas

019 Escribe tres puntos situados en el eje X de abscisa positiva, y otros tres en el eje Y de ordenada negativa.

Respuesta abierta. Por ejemplo:

Puntos del eje X : $(2, 0)$, $(7, 0)$, $(30, 0)$

Puntos del eje Y : $(0, -2)$, $(0, -5)$, $(0, -15)$

020 Indica, sin representarlos, sobre qué eje se encuentra cada punto.

$A(0, 2)$ $B(-1, 0)$ $C(0, -1)$ $D(-7, 0)$

El punto A está en el eje Y , el punto B en el X , C en el Y y D en el X .

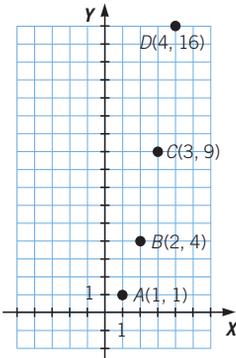
021 ¿Existe algún punto que se sitúe en los dos ejes simultáneamente?
¿Qué punto es?

Sí, el punto $(0, 0)$, que es el origen de coordenadas.

022 Asocia a cada número natural del 1 al 9 su doble, y halla los pares de coordenadas que resultan.

$(1, 2)$, $(2, 4)$, $(3, 6)$, $(4, 8)$, $(5, 10)$, $(6, 12)$, $(7, 14)$, $(8, 16)$, $(9, 18)$

023 Dado el conjunto inicial: $\{1, 2, 3, 4\}$, calcula el conjunto final, si a cada número le asociamos su cuadrado. Halla los pares de coordenadas que resultan, y represéntalos en un sistema de coordenadas cartesianas.

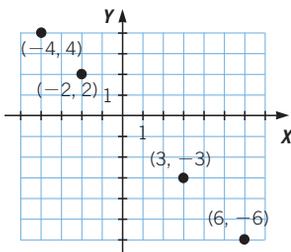


El conjunto final es: $\{1, 4, 9, 16\}$

Los pares ordenados son:

$A(1, 1)$, $B(2, 4)$, $C(3, 9)$, $D(4, 16)$

024 Dada la relación que asigna a cada número su opuesto, determina si es una función y representa gráficamente algunos de sus puntos.



Sí es una función, porque cada número tiene un único opuesto.

025 A cada cantidad de dinero le asociamos el número de monedas y billetes necesarios para formar esa cantidad. ¿Es esta relación una función?

No es una función, porque una misma cantidad de dinero se puede formar por distinto número de monedas y billetes.

026 Dado el conjunto inicial: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, calcula el conjunto final de la relación que asocia:

- a) A cada número su triple más 1.
 b) A cada número su cubo.
 c) A cada número su mitad más cuatro.
 d) A cada número el triple de su mitad.

a) $\{1, 4, 7, 10, 13, 16\}$

c) $\left\{4, \frac{9}{2}, 5, \frac{11}{2}, 6, \frac{13}{2}\right\}$

b) $\{0, 1, 8, 27, 64, 125\}$

d) $\left\{0, \frac{3}{2}, 3, \frac{9}{2}, 6, \frac{15}{2}\right\}$

027 Escribe la ecuación que representa la función que asocia a cada número su cuadrado más 2.

$$y = x^2 + 2$$

028 La relación que asigna a cualquier número el número 3, ¿es una función? En caso afirmativo, calcula su ecuación.

Sí es una función, pues cada valor solo tiene una imagen.

Su ecuación es $y = 3$.

029 Considerando la función $y = x - 2$, halla los valores de y para $x = 0$, $x = -2$ y $x = 3$.

$$x = 0 \rightarrow y = -2 \quad x = -2 \rightarrow y = -4 \quad x = 3 \rightarrow y = 1$$

030 Indica a cuál de estas funciones pertenece el punto $A(-1, 3)$.

a) $f(x) = x^3 - 3$

c) $h(x) = -2x^2 + 5$

b) $g(x) = x - 4$

d) $i(x) = 2x + 3$

a) $(-1)^3 - 3 \neq 3 \rightarrow$ No pertenece.

b) $-1 - 4 \neq 3 \rightarrow$ No pertenece.

c) $-2 \cdot (-1)^2 + 5 = 3 \rightarrow$ Sí pertenece.

d) $2 \cdot (-1) + 3 \neq 3 \rightarrow$ No pertenece.

031 Determina la ecuación que representa la función que asocia a cada número su doble más 1. ¿Pertenece el punto $(2, 6)$ a dicha función? ¿Y $(3, 7)$?

$$y = 2x + 1$$

$$2 \cdot 2 + 1 \neq 6 \rightarrow (2, 6) \text{ no pertenece a la función.}$$

$$2 \cdot 3 + 1 = 7 \rightarrow (3, 7) \text{ pertenece a la función.}$$

Funciones y gráficas

032 ¿Puede un mismo punto pertenecer a dos funciones diferentes? Compruébalo con algún ejemplo.

Sí, por ejemplo:

$$f(x) = x + 1$$

El punto (0, 1) pertenece a las dos funciones.

$$g(x) = 2x + 1$$

$$0 + 1 = 1 \quad 2 \cdot 0 + 1 = 1$$

033 Dada la función $f(x) = 4x + 8$, escribe una tabla con seis valores.

x	-2	-1	0	1	2	3
y	0	4	8	12	16	20

034 Dada la función $f(x) = x^2$, escribe la tabla de valores para $x = 0$, $x = -1$, $x = 1$, $x = -2$ y $x = 2$. ¿Qué observas?

x	0	-1	1	-2	2
y	0	1	1	4	4

A cada número y su opuesto les corresponde el mismo valor, ya que un número y su opuesto tienen el mismo cuadrado.

035 Expresa en una tabla estas funciones, representando algunos de sus pares de valores.

a) El perímetro de un triángulo equilátero y su lado.

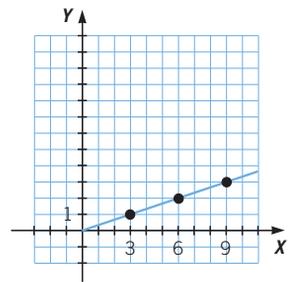
b) El lado de un cuadrado y su perímetro.

c) El radio de un círculo y su área.

Escribe la expresión general de cada una de ellas.

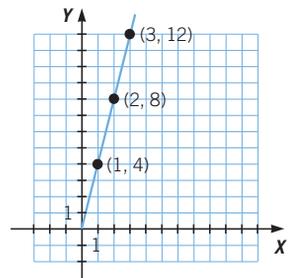
a) $y = \frac{x}{3}$

x	3	6	9	12	15
y	1	2	3	4	5



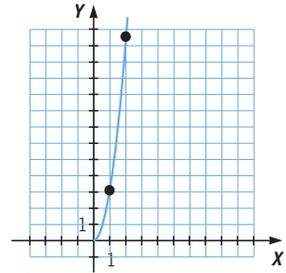
b) $y = 4 \cdot x$

x	1	2	3	4	5
y	4	8	12	16	20



c) $y = \pi \cdot x^2$

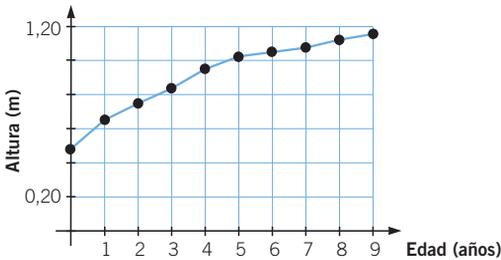
x	1	2	3	4	5
y	π	4π	9π	16π	25π



036 La siguiente tabla relaciona la altura de Marta con su edad.

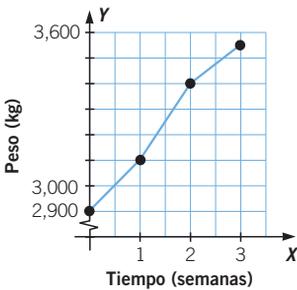
Edad (años)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Altura (m)	0,48	0,65	0,75	0,84	0,95	1,02	1,05	1,08	1,12	1,16

Construye un gráfico de puntos con los valores de la tabla anterior.



Unimos los puntos porque a cualquier edad de Marta le corresponde una altura.

037 Un bebé pesa al nacer 2,9 kg. La primera semana gana 200 g, la segunda 300 g y la tercera 150 g. Representa la gráfica correspondiente.



x	0	1	2	3
y	2,900	3,100	3,400	3,550

Unimos los puntos porque a cualquier edad del bebé le corresponde un peso.

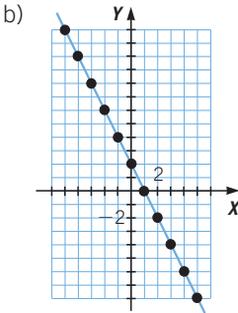
Funciones y gráficas

038 Dada la expresión algebraica $y = -2x + 2$:

- a) Construye una tabla con valores enteros de x comprendidos entre -5 y 5 .
 b) Representa la función gráficamente.

a)

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	12	10	8	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8

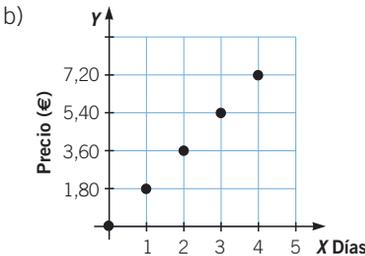


039 El alquiler de una película de vídeo cuesta 1,80 € por cada día de alquiler.

- a) Haz una tabla que relacione el número de días de alquiler con su precio.
 b) Dibuja la gráfica correspondiente.
 c) Indica cuáles son las variables independiente y dependiente.

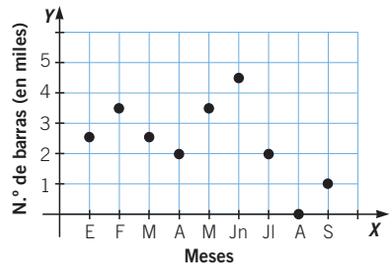
a)

N.º de días	1	2	3	4	5
Precio	1,80	3,60	5,40	7,20	9



- c) Variable independiente: número de días.
 Variable dependiente: precio.

040 Esta gráfica representa el número de barras de pan que se han vendido en una panadería durante los primeros seis meses del año. Realiza una interpretación de esta gráfica.



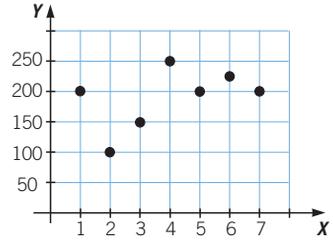
De enero a febrero se incrementaron las ventas; de febrero a abril descendieron, de abril a junio volvieron a subir, de junio a agosto bajan, en agosto cierra la panadería y en septiembre vuelven a abrir.

041 La gráfica muestra los asistentes a una obra de teatro los siete primeros días desde el estreno.

- a) ¿Qué representa cada una de las variables?
b) ¿Qué día hubo más asistentes? ¿Y menos?

a) $x \rightarrow$ Días.
 $y \rightarrow$ Número de asistentes.

b) El día que hubo más asistentes es el cuarto, el que menos, el segundo.



042 Construye una gráfica con la temperatura de tu ciudad durante una semana e interprétala.

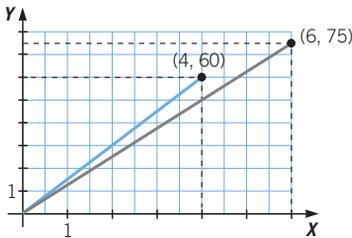
Respuesta libre.

043 Representa este enunciado mediante una gráfica.

Cuatro amigos van de excursión.

- El primero de ellos recorre 6 kilómetros en 75 minutos.
- El segundo recorre 4 kilómetros y tarda 60 minutos.
- El tercero tarda lo mismo que el primero, y el cuarto tarda lo mismo que el segundo.

Razona si tiene sentido unir los puntos que obtienes

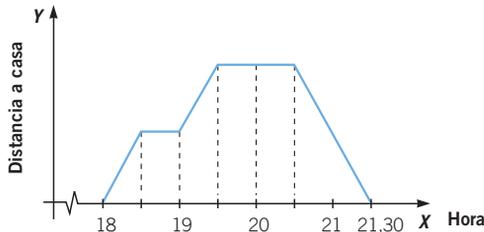


No tiene sentido unir los puntos obtenidos porque cada punto corresponde a una observación distinta.

044 Representa el texto mediante una gráfica.

Tomás salió a pasear a las 18:00. A las 18:30 h se encontró con Juan y se detuvo media hora.

Luego siguió andando hasta que a las 19:30 h llegó a una ermita. Allí decidió pararse a descansar durante una hora. Después, regresó a su casa: tardó una hora en llegar y no hizo ninguna parada en el camino.



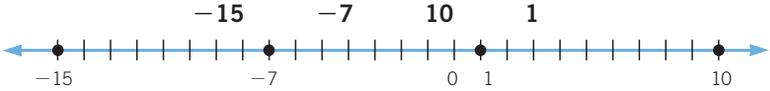
045 Realiza una gráfica que represente el trayecto que realizas hasta el instituto.

Respuesta libre.

Funciones y gráficas

ACTIVIDADES

046 Representa los siguientes números sobre una recta numérica horizontal.



047 Representa estos números sobre una recta numérica vertical.

-15 -7 10 1

La solución es igual que en el ejercicio anterior, pero en una recta vertical.

048 Representa los números.

-4 7 -11 0

a) En una recta numérica horizontal.

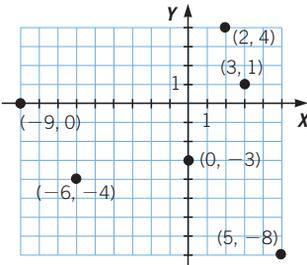
b) En una recta numérica vertical.



b) La solución es la misma que en el apartado anterior, pero en una recta vertical.

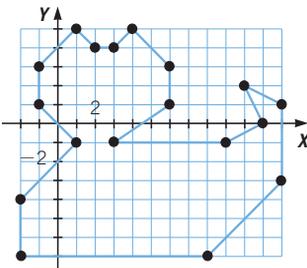
049 Sitúa cada punto en el cuadrante que corresponda.

(2, 4) (5, -8) (3, 1) (-9, 0) (-6, -4) (0, -3)



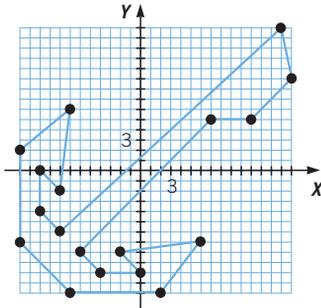
050 Representa en tu cuaderno los puntos y únelos ordenadamente.

$P_1(4, 5)$	$P_6(-1, 1)$	$P_{11}(12, -3)$	$P_{16}(3, -1)$
$P_2(3, 4)$	$P_7(1, -1)$	$P_{12}(12, 1)$	$P_{17}(6, 1)$
$P_3(2, 4)$	$P_8(-2, -4)$	$P_{13}(10, 2)$	$P_{18}(6, 3)$
$P_4(1, 5)$	$P_9(-2, -7)$	$P_{14}(11, 0)$	
$P_5(-1, 3)$	$P_{10}(8, -7)$	$P_{15}(9, -1)$	

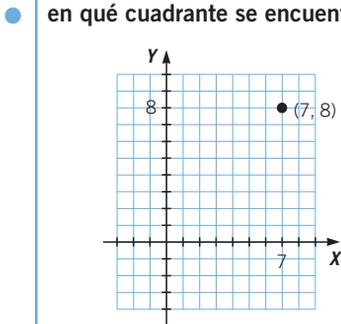


051 Representa en tu cuaderno estos puntos y únelos ordenadamente.

- $P_1(14, 14)$ $P_6(-4, -10)$ $P_{11}(-7, -12)$ $P_{16}(-10, 0)$
- $P_2(15, 9)$ $P_7(0, -10)$ $P_{12}(-12, -7)$ $P_{17}(-10, -4)$
- $P_3(11, 5)$ $P_8(-2, -8)$ $P_{13}(-12, 2)$ $P_{18}(-8, -6)$
- $P_4(7, 5)$ $P_9(6, -7)$ $P_{14}(-7, 6)$
- $P_5(-6, -8)$ $P_{10}(2, -12)$ $P_{15}(-8, -2)$

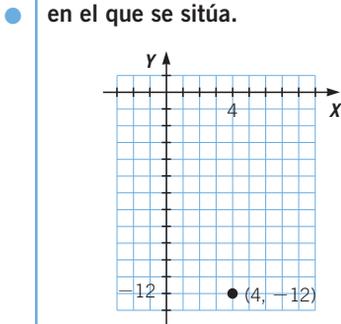


052 Un punto tiene abscisa 7 y ordenada 8. Representa dicho punto e indica en qué cuadrante se encuentra.



El punto $(7, 8)$ está en el primer cuadrante.

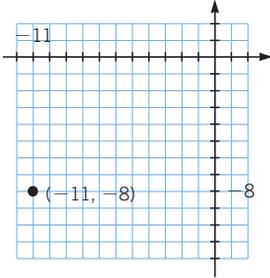
053 Un punto tiene abscisa 4 y ordenada -12 . Representálo y señala el cuadrante en el que se sitúa.



El punto $(4, -12)$ está en el cuarto cuadrante.

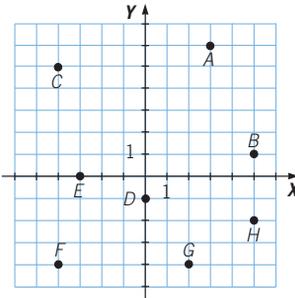
Funciones y gráficas

- 054** Un punto tiene abscisa -11 y ordenada -8 . Representálo e indica en qué cuadrante se localiza.



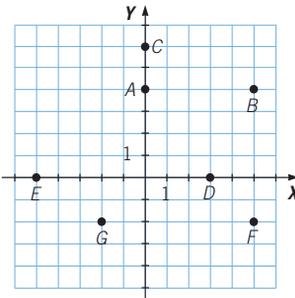
El punto $(-11, -8)$ está en el tercer cuadrante.

- 055** Indica las coordenadas cartesianas de los siguientes puntos.



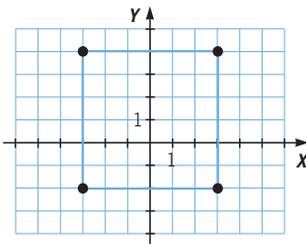
$A(3, 6)$ $D(0, -1)$ $G(2, -4)$
 $B(5, 1)$ $E(-3, 0)$ $H(5, -2)$
 $C(-4, 5)$ $F(-4, -4)$

- 056** Dados los puntos de la gráfica, señala cuáles son sus coordenadas.



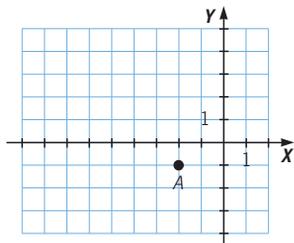
$A(0, 4)$ $D(3, 0)$ $F(5, -2)$
 $B(5, 4)$ $E(-5, 0)$ $G(-2, -2)$
 $C(0, 6)$

- 057** El punto de la figura es uno de los vértices de un cuadrado con los lados verticales y horizontales y 6 unidades de lado. Determina las coordenadas de todos los vértices.



Los vértices son:
 $(-3, -2)$; $(3, -2)$; $(3, 4)$; $(-3, 4)$

058 Dibuja los ejes de coordenadas para que el punto sea $A(-2, -1)$.



059 Dado el conjunto inicial $\{3, 5, 7, 9\}$, halla el conjunto final si a cada número le asociamos:

a) Su doble más 1.

c) Su cuádruple.

b) Su mitad.

d) Su cuadrado.

a) $\{7, 11, 15, 19\}$

c) $\{12, 20, 28, 36\}$

b) $\left\{\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}\right\}$

d) $\{9, 25, 49, 81\}$

060 Construye una tabla de cinco valores para cada una de las funciones.

a) $y = 2x + 6$ b) $\frac{2x - 4}{2}$ c) $y = x^2 - 7$ d) $y = 2x^2 + 6$

a)

x	-2	-1	0	1	2
y	2	4	6	8	10

c)

x	-2	-1	0	1	2
y	-3	-6	-7	-6	-3

b)

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-3	-2	-1	0

d)

x	-2	-1	0	1	2
y	14	8	6	8	14

061 Haz una tabla para los valores comprendidos entre -3 y 3 para las funciones.

a) $y = x - 6$ b) $y = 2x - 4$ c) $y = x^2 - 4$ d) $y = -4x - 3$

a)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3

b)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-10	-8	-6	-4	-2	0	2

c)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	5	0	-3	-4	-3	0	5

d)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	5	1	-3	-7	-11	-15

062 Dada la función $y = -x + 3$:

a) Haz una tabla de valores.

c) ¿Pertenece el punto $(3, -1)$ a la función?

b) Representálala gráficamente.

- 066** Una relación entre números enteros se expresa de la siguiente manera:
 «A cada número entero lo relacionamos con su doble más una unidad».
 Escribe la expresión de la función y completa la tabla.

x	-2	-1	0	1	3	7	10
y	-3	-1	1	3	7	15	21

$$y = 2x + 1$$

- 067** Una persona observa la temperatura en un día cualquiera desde las 8 de la mañana hasta las 8 de la tarde.

- a) ¿Cuáles son las variables que intervienen?
 b) ¿Es posible encontrar una expresión algebraica que relacione ambas magnitudes?
- a) Tiempo y temperatura.
 b) No, porque la relación entre la hora del día y la temperatura no sigue una regla fija.

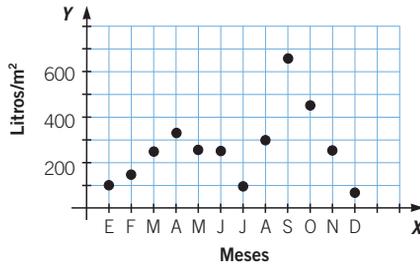
- 068** Un camión circula por la autopista a 25 m/s y, después, frena de manera gradual de forma que cada segundo disminuye su velocidad en 1,5 m/s. Haz una tabla que relacione la velocidad y el tiempo de frenado. Escribe la expresión de esa función.

x	0	1	2	3	4	5	6
y	25	23,5	22	20,5	19	17,5	16

$$y = 25 - 1,5 \cdot x$$

- 069** La gráfica muestra las precipitaciones en una localidad durante un año. En el eje de abscisas están representados los meses del año, y en el de ordenadas, las precipitaciones, en ℓ/m^2 .

- a) ¿Cuál fue el mes más lluvioso?
 b) ¿Y el más seco?
 c) ¿Qué mes tuvo unas precipitaciones de 300 ℓ/m^2 ?
 d) ¿Cuáles fueron las precipitaciones en enero?
 e) ¿En qué estación se produjeron más precipitaciones?



- a) El mes más lluvioso fue septiembre.
 b) El mes menos lluvioso fue diciembre.
 c) Agosto.
 d) 100 ℓ/m^2
 e) Se produjeron más precipitaciones en otoño.

Funciones y gráficas

070 El precio de una bebida es 1,75 €/ℓ.



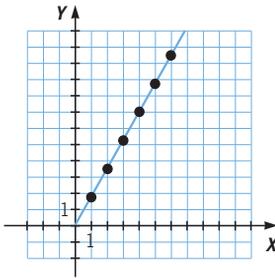
- Construye una tabla que relacione el número de litros con el precio.
- Indica cuáles son las variables independiente y dependiente.
- Representa los datos gráficamente.

a) $y = 1,75 \cdot x$

x	1	2	3	4	5	6
y	1,75	3,50	5,25	7	8,75	10,50

b) La variable independiente es el número de litros (x) y la variable dependiente es el precio (y).

c)

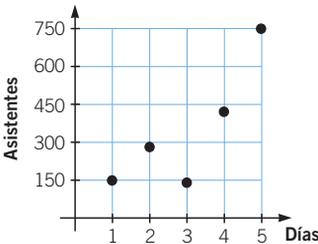


071 La siguiente tabla refleja el número de asistentes en un cine durante los días laborables de una semana.



Días	1	2	3	4	5
Asistentes	150	280	140	420	750

Representa los datos en un sistema cartesiano y dibuja la gráfica.



072 Un globo sonda mide la temperatura de la atmósfera a distintas alturas.

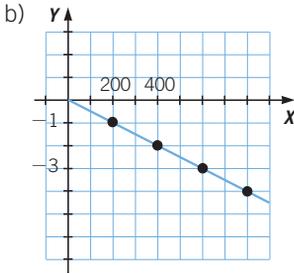


Se comprueba que, cada 200 m de ascensión, la temperatura disminuye 1 °C.

- Construye una tabla de valores para la función que determina este experimento.
- Dibuja la función en una gráfica.
- ¿Qué temperatura habrá si ascendemos a 1 000 m?

a)

x (m)	200	400	600	800
y (°C)	-1	-2	-3	-4



$x \rightarrow$ Metros de ascensión
 $y \rightarrow$ Grados centígrados que baja la temperatura

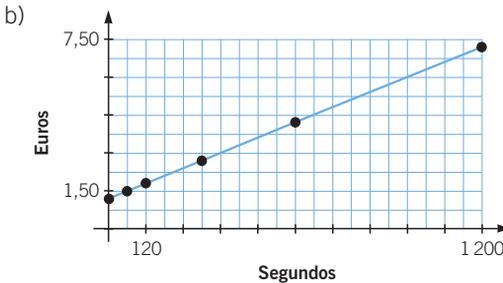
c) La temperatura habrá bajado 5 °C.

073 El precio de una carrera de taxi es 1,20 € de bajada de bandera y medio céntimo por cada segundo.

- a) Construye una tabla con diferentes valores para la relación *Tiempo-Precio*.
 b) Representa los valores en una gráfica.

a) $y = 1,20 + 0,005x$

x (s)	0	60	120	300	600	1200
y (€)	1,20	1,50	1,80	2,70	4,20	7,20



074 Dos ciclistas salen en la misma dirección. Uno parte de una ciudad con una velocidad media de 20 km/h. El otro sale de una ciudad situada a 10 km de distancia de la primera, al mismo tiempo y con igual velocidad.

- a) Realiza una tabla para cada uno de los ciclistas, y representa los datos en dos gráficas distintas.
 b) Representa ambas gráficas en los mismos ejes de coordenadas.
 c) ¿Qué relación hay entre las funciones?

a) Si tomamos como punto de partida la ciudad A del primer ciclista, el punto de partida del segundo ciclista se encuentra a 10 km de la ciudad A. El segundo ciclista, en una hora se encontrará a 30 km, en 2 horas a 50 km...

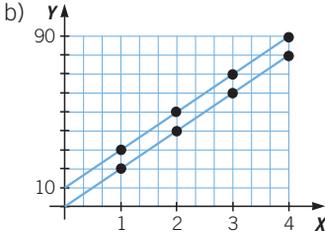
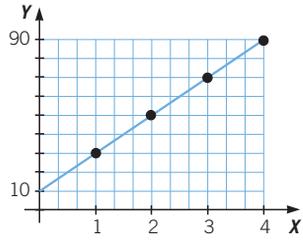
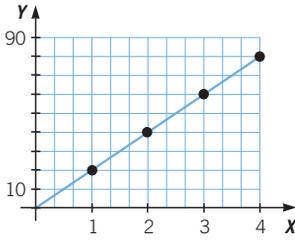
Tabla de valores: ciclista A

x (h)	0	1	2	3	4
y (km)	0	20	40	60	80

Tabla de valores: ciclista B

x (h)	0	1	2	3	4
y (km)	10	30	50	70	90

Funciones y gráficas



c) Son dos rectas paralelas.

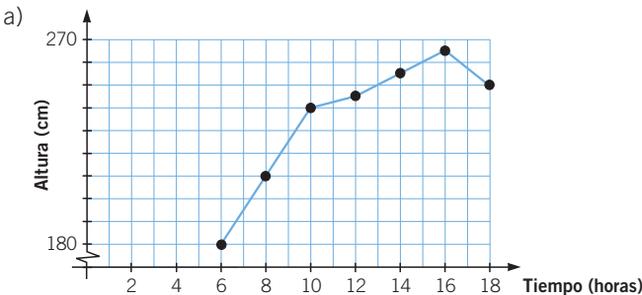
075



Un río tiene riesgo de desbordarse e inundar un pueblo si el agua alcanza 270 cm de altura. En la tabla aparecen las medidas del nivel del río, tomadas entre las 6 de la mañana y las 6 de la tarde.

Tiempo (h)	6	8	10	12	14	16	18
Altura (cm)	180	210	240	245	255	265	250

- Haz una gráfica que refleje la crecida del río.
- Averigua cuál es la variable independiente y la dependiente.
- ¿Ha sido inundado el pueblo?
- ¿A qué hora se ha tenido más riesgo de inundación?



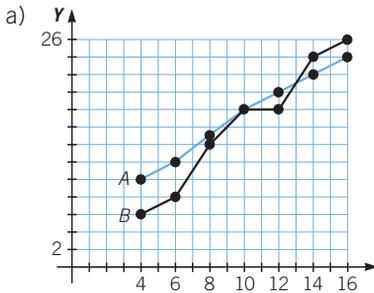
- La variable independiente es el tiempo, y la dependiente, la altura del agua.
- Hasta las 18 horas el agua no ha superado los 270 m; por tanto, el pueblo no se ha inundado.
- A las 16 horas.

076

En un partido de baloncesto se elabora una tabla con los puntos marcados por cada equipo. Antes de llegar al final del 2.º cuarto podemos ver la siguiente tabla:

Minuto	4	6	8	10	12	14	16
Equipo A	10	12	15	18	20	22	24
Equipo B	6	8	14	18	18	24	26

- a) Haz las gráficas de ambos equipos (la del equipo A en azul y la del equipo B en rojo).
- b) Realiza un resumen del partido a la vista de la gráfica.

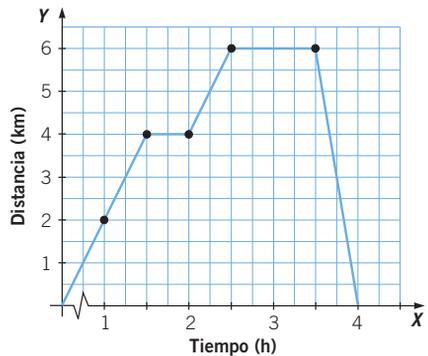


- b) El equipo A ganó hasta el minuto 10 en el que empataron. El equipo A se volvió a adelantar hasta el minuto 14 en que el equipo B se puso por delante en el marcador hasta el final del 2.º cuarto.

077

Observa la gráfica que representa el paseo que ha dado Julio: ha salido de casa, ha ido a comprar y ha regresado.

- a) ¿Qué variables están representadas?
- b) ¿Cuánto tiempo ha durado el paseo?
- c) ¿Cuál es la distancia más lejana a la que ha ido?
- d) ¿Cuándo ha caminado más rápido, a la ida o a la vuelta?
- e) ¿Qué crees que significan los tramos horizontales?

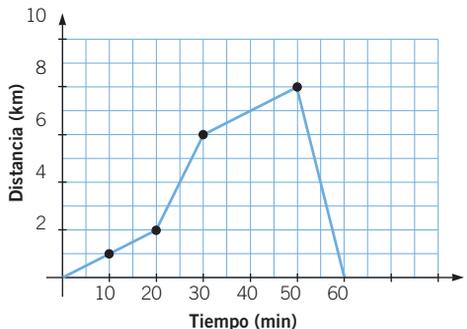


- a) Tiempo y distancia.
- b) Ha durado 4 horas.
- c) 6 kilómetros.
- d) A la vuelta.
- e) Indican tiempos en los que no se ha movido.

078

La siguiente gráfica expresa la relación entre los minutos y los kilómetros que José ha recorrido durante una hora, caminando y montando en bicicleta en línea recta.

- a) ¿Cuántos kilómetros ha caminado?
- b) ¿Y cuántos ha hecho en bicicleta?
- c) ¿Cuánto tiempo ha caminado?
- d) ¿Y cuánto ha montado en bicicleta?



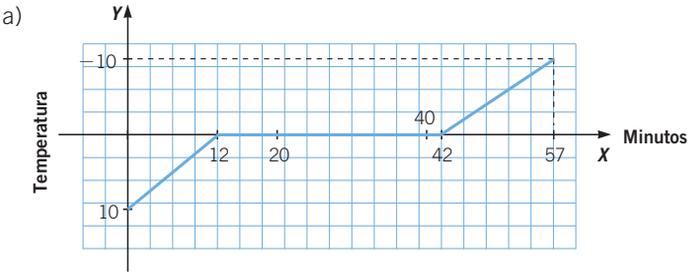
Funciones y gráficas

- a) Ha caminado 4 kilómetros: del kilómetro 0 al 2 y del 6 al 8.
- b) Ha hecho en bicicleta 12 kilómetros: del kilómetro 2 al 6 y los 8 kilómetros de retorno.
- c) Ha caminado durante 40 minutos: del minuto 1 al 20 y del 30 al 50.
- d) Ha montado en bicicleta durante $60 - 40 = 20$ minutos.

079 Tenemos un trozo de hielo a 10 grados bajo cero ($-10\text{ }^{\circ}\text{C}$) y lo calentamos.

- Durante 12 minutos la temperatura sube uniformemente hasta $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- Después, comienza a derretirse durante 30 minutos sin aumentar su temperatura.
- Una vez que el hielo se transforma en agua a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, se calienta durante 15 minutos y alcanza una temperatura de $10\text{ }^{\circ}\text{C}$.

- a) Dibuja una gráfica que muestre el proceso.
- b) Averigua a qué temperatura estará el agua después de 20 y 40 minutos.



- b) La gráfica nos muestra que a los 20 minutos la temperatura es de $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, y a los 40 minutos sigue siendo de $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.

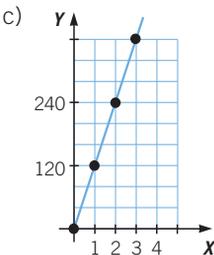
080 Un automóvil circula por una autopista a una velocidad constante de 120 km/h .

- a) Haz una tabla de valores donde se relacionen el tiempo y la distancia recorrida.
- b) Averigua su expresión algebraica.
- c) Representa la función.

a)

x	0	1	2	3	4	5
y	0	120	240	360	480	600

b) $y = 120x$



081 La empresa LA RAUDA alquila sus autobuses por 300 € diarios.



Haz una tabla que relacione cuánto tiene que pagar cada pasajero en función del número de personas que viajen en el autobús. ¿Cuál es la expresión algebraica que relaciona ambas magnitudes?

x (personas)	1	5	10	20	30	50
y (precio)	300	60	30	15	10	6

La expresión algebraica es: $y = \frac{300}{x}$.

082 Las siguientes figuras tienen la misma base, pero diferentes forma y altura.



La gráfica representa el área en función de la altura. Identifica los puntos con las figuras A, B, C y D.

Como C es un cuadrado, su área tiene que ser un cuadrado perfecto, en este caso (5, 25) o (6, 36). Y como es la figura de mayor área será (6, 36), por lo que la base de todas las figuras es 6. Según esto, B se corresponde con (3, 18), D con (4, 12), y por exclusión, A con (5, 25).

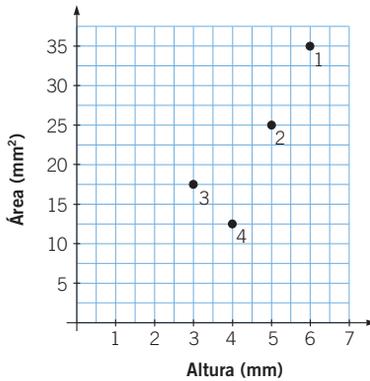
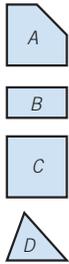
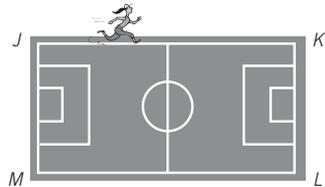


Figura A → 2
 Figura B → 3
 Figura C → 1
 Figura D → 4

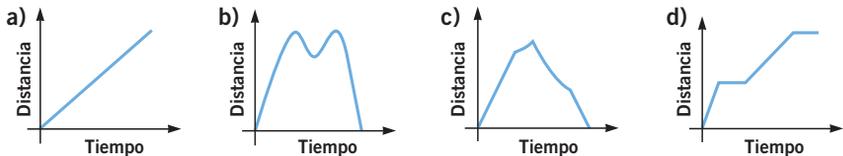
083 María empieza a correr desde J en este sentido:



J - K - L - M - J - ...



¿Qué gráfica representa la distancia en cada instante al punto de partida?



En el recorrido JK, se aleja a la misma velocidad, la gráfica es una recta.
 En el recorrido KL y LM, la distancia varía de forma no lineal.
 En el recorrido MJ, la distancia decrece de forma lineal.
 Por tanto, la gráfica correspondiente es la c).

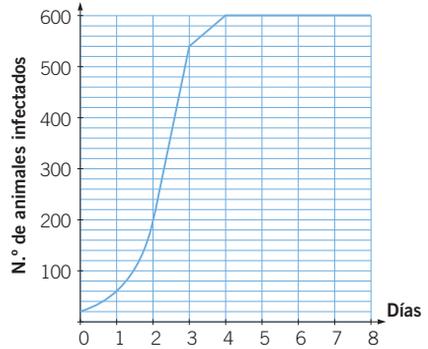


PON A PRUEBA TUS CAPACIDADES

En un laboratorio están estudiando la propagación de una enfermedad en una población de animales.

Para ello, cada día se ha anotado el número de animales infectados y se ha observado que, a partir de cierta cantidad, el número de animales permanece estable.

Los datos obtenidos se representan en esta gráfica:



ERES CAPAZ DE... COMPRENDER

a) Observa la gráfica y realiza una tabla con los datos obtenidos.

ERES CAPAZ DE... RESOLVER

b) A la vista de esta tabla, realiza un informe sobre el comportamiento de la enfermedad:

- Número de animales infectados con el que comienza el experimento.
- Número de animales infectados necesarios para que se estabilice la enfermedad, y día en el que se estabiliza.
- Relación entre los días y el número de infectados, y el número de infectados en el 4.º, 5.º y 6.º días si esta relación se mantiene.

ERES CAPAZ DE... DECIDIR

c) En otra población se han detectado hace 2 días 5 animales infectados por la misma enfermedad. Si en ese momento se dispone de 175 antídotos, ¿crees que son suficientes para erradicar la enfermedad?

a)

Días	0	1	2	3	4	5	6	7	8
N.º de infectados	20	60	180	540	600	600	600	600	600

b) Se empieza la observación con 20 animales infectados.

El número de animales infectados crece hasta el cuarto día, en el que alcanza los 600 y, después, se mantiene constante.

El número de animales infectados crece de una forma rápida, multiplicándose por 3 cada día, hasta estabilizarse en 600 el cuarto día.

c) En este caso se estabiliza en el quinto día, que es cuando se llega a las 600 bacterias.

Días	0	1	2	3
N.º de infectados	5	15	45	135

Si el número de animales infectados crece de la misma forma que en la observación, el tercer día habrá, aproximadamente, 135 animales infectados. Tenemos suficientes antídotos.

85

Damián, Ruth, Luis y Amanda utilizan la bicicleta o la moto para ir desde su casa a la playa.

Acababa de salir de casa cuando me di cuenta de que se me había olvidado la toalla. He tenido que volver a casa y cogerla. Para llegar a tiempo he pedaleado muy fuerte.



Ruth

Yo iba en motocicleta. Por el camino me quedé sin gasolina y he tenido que seguir andando, llevando la moto parada.



Luis

Yo siempre salgo con calma. Cuando estoy en el camino empiezo a pedalear más deprisa hasta llegar a la playa.



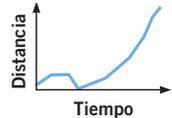
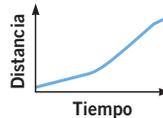
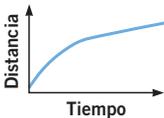
Damián

ERES CAPAZ DE... COMPRENDER

- a) Si dibujamos una gráfica para cada uno de los amigos en la que la variable independiente sea el tiempo, y la dependiente, la distancia, ¿cómo se indicará que Ruth ha tenido que volver a casa?
- b) ¿Cómo se representará que Luis ha seguido andando después de quedarse sin gasolina?

ERES CAPAZ DE... RESOLVER

- c) Si las gráficas que representan los trayectos son las siguientes, ¿cuáles corresponden a los viajes de Ruth, Luis y Damián?



ERES CAPAZ DE... DECIDIR

- d) ¿Qué crees que dijo Amanda sobre su trayecto?

- a) La gráfica cortará al eje X en un punto distinto del origen.
- b) La pendiente de la gráfica a partir de un cierto punto tiene que ser menor que la pendiente del trozo de gráfica inicial.
- c) Ruth se corresponde con la gráfica 4, que representa el retorno a casa. Luis se corresponde con la gráfica 1, que comienza con mayor pendiente (más rápido, en moto) y continúa con menos pendiente (más lento, andando). Damián se corresponde con la gráfica 3, que comienza con menos pendiente (más lento) y cuya pendiente se va incrementando (aumenta la velocidad).
- d) Amanda diría:
«Salí de casa, me paré a descansar y después seguí hasta la playa», que se corresponde con la gráfica 2.